КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА ТОНКИХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК

Д.А.Киржниц, Е.Г.Максимов

I. Интерес к неоднородным сверхпроводящим системам заметно оживился в последнее время в связи с появлением экспериментальных данных [1], свидетельствующих о возрастании критической температуры тонких пленок с уменьшением их толщины и подтверждающих, по-видимому, существование эффекта поверхностной сверхпроводимости [2]. Расчет неоднородных сверхпроводящих систем сильно затруднен нелинейностью уравнений теории сверхпроводимости. Поэтому большинство имеющихся результатов относится к случаю слабо неоднородных сверхпроводящих систем, масштаб неоднородности которых велик по сравнению с длиной когерентности ξ_0 или длиной свободного пробега ℓ.

Определенный интерес - в частности, с точки зрения упомянутых экспериментов - представляет и противоположный случай сверхпроводящих систем с малым масштабом неоднородности. Как оказывается, такие системы поддаются расчету, если они ограничены в тех направлениях, в которых неоднородны; точнее, если соответствующие их размеры малы по сравнению с ξ_0 и ℓ. В этой заметке мы рассмотрим типичный пример "чистой" ($\ell \gg \xi_0$) пленки с переменным по ее толщине параметром взаимодействия $\lambda(z)$. Мы будем интересоваться в основном критической температурой пленки как целого, записывая ее в обычной форме

$$T_c \sim \omega_0 \exp\left[-2\pi^2/\lambda^* m p_0\right], \tag{I}$$

с эффективным параметром взаимодействия λ^*, зависящим от толщины пленки d и вида функции $\lambda(z)$.

2. Критическая температура и "энергетическая щель" $\Delta^*(z) = \lambda(z)\tilde{F}^+(\vec{x},t,\vec{x},t)|^{\mathrm{I})}$ вблизи T_c определяются в рамках схемы Горькова [3,4] следующим уравнением

$$\Delta^*(z) = \int dz' K(z,z')\Delta^*(z'), \tag{2}$$

где

$$K(z,z') = \frac{m}{2\pi}\sum_{mn} K_{mn}\Psi_m^*(z)\Psi_n^*(z')\Psi_n(z)\Psi_m(z')\lambda(z),$$

$$K_{mn} = T_c\sum_\omega\int d\xi\,\frac{f(\xi,E_m)f(\xi,E_n)}{(i\omega-\xi-E_m)(i\omega+\xi+E_n)}.$$

Последняя величина равна $\ln(\omega_0/T_c)$ при $|E_m-E_n|\lesssim T_c$, $\ln\left[\frac{2\omega_0}{|E_m-E_n|}-1\right]$ при $|E_m-E_n|\gg T_c$ и нулю при $|E_m-E_n|>2\omega_0$. Из-за наличия фактора f суммирование по уровням здесь и ниже совершается по области внутри границы Ферми.

В пределе слабой связи (это соответствует пренебрежению возможным предэкспоненциальным фактором в (I)) существенна лишь область $|E_m-E_n|\lesssim T_c$. Число диагональных членов K в этой области $\sim p_0 d$, а недиагональных - самое большее $\sim m d^2 T_c$. Поэтому при выполнении условия

$$d \ll \xi_0 = p_0/mT_c \tag{3}$$

в ядре уравнения (2) можно опустить недиагональные члены. Заметим, что при выполнении более жесткого условия $d \ll p_0/m\omega_0$ предположение о слабой связи становится излишним[2)].

Предполагая условие (3) выполненным, оставим в $K(z,z')$ только диагональные члены (недиагональные члены отсутствуют и в противоположном случае однородных сверхпроводящих систем). Вводя обозначения

$$\int dz\, \Delta^*(z) |\psi_m(z)|^2 = \Delta^*_m, \quad \int dz\, \lambda(z) |\psi_m(z)|^2 |\psi_n(z)|^2 = \lambda_{mn},$$

получаем

$$\Delta^*(z) = \frac{\pi}{p_0\lambda^*} \lambda(z) \sum_m \Delta^*_m |\psi_m(z)|^2,$$

$$\Delta^*_m = \frac{\pi}{p_0\lambda^*} \sum_n \lambda_{mn} \Delta^*_n. \tag{4}$$

Критическая температура определяется собственным значением последнего уравнения, т.е.

$$\det \left| \delta_{mn} - \frac{\pi}{p_0\lambda^*} \lambda_{mn} \right| = 0. \tag{5}$$

Это уравнение может иметь и не одно решение, на чем мы остановимся в другом месте. Здесь будет рассмотрено максимальное значение T_c.

3. С точки зрения поверхностей сверхпроводимости (точнее поверхностного усиления сверхпроводимости [2,5]) интересно рассчитать пленку с $\lambda(z) = \lambda + \lambda_s$ в краевых областях толщиной по $d_s/2 \ll d$ и $\lambda(z) = \lambda$ в центральной области. Примем для простоты, что электроны заключены в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной d и глубиной $U > \mu$. Используя соответствующие выражения для ψ_m, E_m и учитывая, что практически $p_0 d_s \gg 1$, находим после несложных выкладок

$$\Delta^*(z) \sim \lambda(z) \sum_m |\psi_m(z)|^2, \tag{6}$$

$$\lambda^* = \frac{1}{d} \int dz\, \lambda(z) = \lambda + \lambda_s d_s / d. \tag{7}$$

При необходимости учесть члены $\sim 1/p_0 d_s$ следует ввести во второе слагаемое (7) фактор[3] $1 + \pi\varphi/4p_0 d_s$, где φ – слабо меняющаяся функция от μ/U ($\varphi(0) = 1$, $\varphi(1) = 47/15$). Приведем еще выражение для λ^* при $p_0 d_s < 1$

$$\lambda^* = \lambda + \frac{4}{5} \lambda_s \frac{d_s}{d} \left(\frac{\mu}{U}\right)^2. \tag{8}$$

Общей чертой полученных выражений является дробно-линейный характер зависимости $\ln T_c$ от толщины пленки d 4); такую же зависимость обнаруживают и экспериментальные данные для алюминиевых пленок с оксидным покрытием [1]. Для более детального сопоставления с этими данными необходимы надежные оценки толщины поверхностного слоя d_s и длины свободного пробега ℓ.

Авторы благодарны В.Л.Гинзбургу, Р.О.Зайцеву и В.В.Шмидту за многочисленные дискуссии.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
13 сентября 1965 г.

Литература

[1] M.Strongin et al. Phys.Rev.Lett., **14**, 362, 949, 1965; Phys.Lett., **17**, 224, 1965.

[2] В.Л. Гинзбург, Д.А. Киржниц. ЖЭТФ, **46**, 397, 1964; В.Л.Гинзбург. ЖЭТФ, **47**, 2318, 1965.

[3] Л.П.Горьков. ЖЭТФ, **34**, 735, 1958; **36**, 1918, 1959.

[4] P. de Gennes. Revs.Mod. Phys., **36**, 225, 1964.

[5] W.Silvert. Phys. Rev. Lett., **14**, 951, 1965.

[6] L. Cooper. Phys. Rev. Lett., **6**, 689, 1961.

---

1) Знак тильда означает, что в разложение Фурье по x, y и в ряд по функциям поперечного движения $\psi_m(z)$ с энергией E_m следует ввести фактор $f(\xi, E_m) = \theta(\omega_0 - |\xi + E_m|)$, где $\xi = [(p_x^2 + p_y^2)/2m] - \mu$.

2) Если же выполнено условие $md^2T_c \ll 1$, то легко рассмотреть и случай произвольных температур.

3) Зависимость от U этого фактора, а также второго члена в (8) отражает неоднородность в распределении частиц поперек пленки.

4) Заметим, что такая зависимость (в простейшем случае $p_0 d_s \gg 1, \lambda = 0$) [2] была получена из качественных соображений Купером [6] (см. также [5]).