О ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ МАЛЫХ РАЗМЕРОВ

В.В.Шмидт

Вблизи температуры T_k фазового перехода второго рода должны возникнуть большие флуктуации параметра упорядочения, которые приводят к "размазыванию" перехода по некоторому интервалу температур. В случае сверхпроводника это будут флуктуации "эффективной" волновой функции" теории Гинзбурга-Ландау [1], или, с точки зрения микроскопической теории, - флуктуации энергетической щели $2\Delta(T)$.

Еще в [2] ставился вопрос о флуктуациях плотности сверхпроводящих электронов, которые должны присутствовать при $T > T_k$ и как бы предварять сверхпроводящий переход. Там же обсуждается возможное влияние флуктуаций около T_k на некоторые характеристики сверхпроводника.

Известно, однако, что в чистых однородных сверхпроводниках переход в нормальное состояние очень резкий. Область температур ΔT около T_k, в которой величина $\overline{|\Delta\Psi|^2}$ сравнима с $|\Psi|^2$, согласно [3], составляет $\Delta T \sim 10^{-14} \div 10^{-15}\,{}^\circ K$. К такой же оценке ширины ΔT области логарифмической особенности в температурном ходе теплоемкости около точки перехода пришли авторы работы [4].

Такая узость области фазового перехода объясняется тем, что флуктуации Ψ в чистых сверхпроводниках сильно "подавлены". Действительно, вероятность флуктуации экспоненциально возрастает с уменьшением объема, но для реализации флуктуации в малом объеме большого сверхпроводника необходим большой градиент Ψ. Это резко снижает вероятность флуктуации, которая экспоненциально падает с увеличением $(\Delta\Psi)^2$. Таким образом флуктуации с малыми градиентами должны охватывать большие объемы вещества и потому маловероятны, а флуктуации в малых объемах сопровождаются большими градиентами и поэтому тоже маловероятны.

Целью настоящей работы было показать, что существует такой объект, для которого флуктуации Ψ могут оказаться существенными. Это сверхпроводящие частицы малого по сравнению с ξ_0 размера (ξ_0 - размер куперовской пары). Если, исходя из физических соображений, разложение в интеграл Фурье обрезать на волновом числе $\sim \xi_0^{-1}$, то легко показать, что при вычислении для таких частиц $\overline{|\Psi|^2}$ можно пренебречь градиентным членом, и выражение для плотности свободной энергии в отсутствие магнитного поля примет вид [1]:

$$\Delta F = F_{s0} - F_{n0} = \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 . \qquad (1)$$

Поскольку это выражение записано без слагаемого кинетической энергии $\frac{\hbar^2}{2m}|\nabla\Psi|^2$, состояния Ψ и Ψ^* физически неразличимы и поэтому в дальнейшем мы будем считать Ψ вещественной величиной.

Вероятность флуктуации величины Ψ будет, согласно принципу Больцмана, $w \sim exp[-\Delta F V/kT]$, где V - объем частицы. Тогда

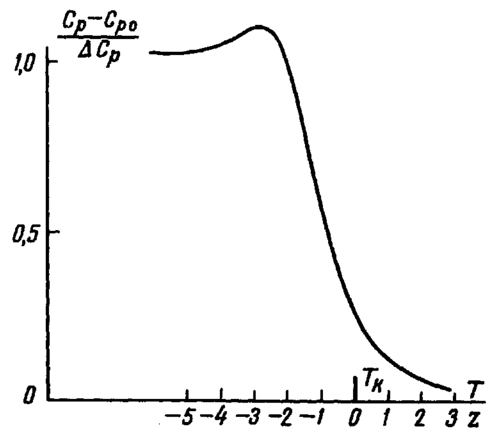
$$\overline{\Psi^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{kT}{\beta V}\frac{\mathcal{D}_{-3/2}(z)}{\mathcal{D}_{-1/2}(z)}}, \quad z = \alpha\sqrt{\frac{V}{\beta kT}}, \quad \alpha = a\,(T-T_k). \qquad (2)$$

Здесь $\mathcal{D}_p(z)$ - функция параболического цилиндра.

Большие флуктуации величины Ψ приводят к появлению аномального хода теплоемкости вблизи T_k. Если воспользоваться методикой расчета теплоемкости, которая была предложена в [5], то можно получить следующее выражение:

$$C_p = C_{p_0} + \frac{1}{2} \Delta C_p \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\mathcal{D}^2_{-3/2}(z)}{\mathcal{D}^2_{-1/2}(z)} - z \frac{\mathcal{D}_{-3/2}(z)}{\mathcal{D}_{-1/2}(z)}\right), \quad (3)$$

где C_{p_0} – теплоемкость в нормальном состоянии. Зависимость $C_p(T)$, даваемая формулой (3), представлена на рисунке.



Из (3) и из рисунка следует, что область температур ΔT около T_k, где благодаря флуктуациям имеется аномальный ход теплоемкости, определяется соотношением $|z| \sim 1$, т.е. $\Delta T \sim T_k (k/V \Delta C_p)^{1/2}$, где $\Delta C_p = a^2 T_k / \beta$ – скачок теплоемкости в точке перехода. Для свинцовых частиц размером $\sim 10^{-6}$ см

$(T_k = 7{,}2°K,\ \Delta C_p \sim 10^4$ эрг/град·см$^3)$ $\Delta T \sim 0{,}7°K$.

Из (3) следует, что от объема частицы зависит только ширина области перехода. Асимптотика при больших $|z|$ будет: при $z \gg 1$ $C_p = C_{p_0} + \Delta C_p / 2z^2$, при $z \ll -1$ $C_p = C_{p_0} + \Delta C_p (1 + (1/2) z^2)$.

К полученным результатам следует относиться с осторожностью, поскольку разложение (I), по-видимому, незаконно в непосредственной близости от T_k, где флуктуации Ψ велики, т.е. в области $|z| < 1$. Однако асимптотические оценки при $|z| > 1$ представляются вполне достоверными.

Аналогичные результаты получаются для мелкодисперсных сверхпроводников и при исследовании фазового перехода по магнитному полю. Известно, что в опытах [6] магнитный момент коллоидных частиц сверхпроводника не обращается в нуль при критическом магнитном поле, а постепенно затухает с увеличением поля выше критического. До сих пор это явление объяснялось тем, что размер коллоидных частиц неодинаков и, следовательно, существует некоторый разброс в величине критического магнитного поля. Теперь ясно, что наряду с этим эффектом должно существовать еще размазывание перехода из-за возникновения флуктуаций, что необходимо учитывать при интерпретации соответствующих экспериментов.

В заключение отметим следующее обстоятельство.

Теория фазового перехода в сверхпроводнике [7], основанная на использовании модельного гамильтониана БКШ, не дает особенности теплоемкости в точке перехода, а дает лишь конечный скачок теплоемкости. Более точный учет взаимодействия между электронами в сверхпроводнике должен привести к появлению особенности теплоемкости в точке перехода [4]. Однако в массивном сверхпроводнике, как указано выше, температурный интеграл около T_k, где эта особенность становится заметной, столь мал, что экспериментальное исследование этого явления невозможно. Приведенный расчет показывает, что для мелкодисперсных сверхпроводников этот температурный интервал увеличивается на много порядков и может достигать величины порядка градуса. Экспериментальное исследование этого явления способствовало бы уточнению наших представлений о взаимодействии между электронами в сверхпроводнике.

Приношу глубокую благодарность В.Л.Гинзбургу и Д.А.Киржницу за помощь и обсуждение работы.

Институт металлургии
им. А.А.Байкова

Поступило в редакцию
20 декабря 1965 г.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург, Л.Д. Ландау. ЖЭТФ, 20, 1064, 1950.

[2] В.Л.Гинзбург. УФН, 46, 348, 1952.

[3] В.Л.Гинзбург. Физ. твердого тела, 2, 2032, 1960.

[4] Э.Г.Батыев, А.З.Паташинский, В.Л.Покровский. ЖЭТФ, 46, 2093, 1964.

[5] А.П.Леванюк. Физ.твердого тела, 5, 1776, 1963.

[6] D.Shoenberg. Proc. Roy. Soc., 175A, 49, 1940.

[7] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике, стр. 394. Физматгиз, М., 1962.

---

1) Разложим Ψ в интеграл Фурье $\Psi = \int \Psi_q e^{i\vec{q}\vec{r}} dq$. Волновому числу q соответствует импульс пары $\hbar q$. Условие устойчивости пары будет $\hbar q v_0 \leq 2\Delta_0$, где $2\Delta_0$ - энергетическая щель при T=0, v_0 - скорость электрона на поверхности Ферми. Отсюда $q \leq 2\Delta_0/\hbar v_0 \sim \xi_0^{-1}$.