К ТЕОРИИ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

М.Я.Азбель, Г.А.Бегиашвили

Хорошо известно, что диамагнитное квантование уровней по Ландау энергии электронов при температурах, малых по сравнению с фермиевской температурой вырождения, приводит к квантовым осцилляциям как термодинамических, так и кинетических величин. В достаточно сильных магнитных полях ($\hbar\Omega > 2\pi^2 kT$, $\Omega\tau > 1$) эти осцилляции не являются экспоненциально малыми. (Только этот случай и будет рассматриваться ниже). В статическом случае, когда электростатика и магнитостатика разделяются, естественным образом разделяются и осцилляции термодинамической величины – магнитного момента (эффект Шубникова – ван-Альфена) и кинетической -сопротивления (эффект Шубникова – де-Гааза). При этом относительная величина амплитуды квантовых осцилляций проводимости пропорциональна "параметру квазиклассичности" $\varkappa = (e\hbar H_0/cS)^{1/2}$ (H_0 - величина постоянного магнитного поля, S - площадь экстремального сечения поверхности Ферми) и порядка $\Delta \sim \Delta\sigma_{квант}/\sigma_{класс} \sim \varkappa\rho$; $\rho \sim \sigma^{аном}_{класс}/\sigma^{основ}_{класс}$. Множитель ρ вошел потому, что квантовые осцилляции связаны с аномально малыми группами электронов, тогда как классическая проводимость обусловлена основными электронными группами, отсутствующими только в металлах группы висмута. Амплитуда осцилляций магнитной восприимчивости $\chi_{ik} = \frac{\partial M^i_{cm}}{\partial n^k_{cm}}$ (M - магнитный момент, выражение которого дано в [3]) при низких температурах определяется как "параметром квазиклассичности", так и естественно "релятивистским параметром" $\rho = v_0/c$ (v_0 - фермиевская скорость электронов) и порядка $\chi_{cm} \sim \rho^2\varkappa^3$. В переменном электромагнитном поле (и, конечно, квантующем постоянном магнитном поле) имеет смысл говорить об осцилляциях единой величины - полного поверхностного импеданса, - связанных как с нерелятивистскими осцилляциями тока проводимости, так и с релятивистскими осцилляциями магнитного момента, имеющими существенно разный порядок. Интересно оценить вклад каждой из этих величин в импеданс и определить относительную величину квантовых осцилляций импеданса в разных случаях.

Проще всего это сделать в области низких частот, когда $\omega\tau \ll 1$, так что система "успевает" следить за частотой (ω - частота переменного поля, τ - время свободного пробега), и $\delta_{эф} \gg r, \ell$ (r - ларморовский радиус электронов, $\ell \sim v_0\tau$ - длина свободного пробега, $\delta_{эф}$ - эффективная толщина скин-слоя), так что на микроскопических расстояниях r , ℓ поля можно считать однородными, а все соотношения локальными. При этом в основном приближении можно воспользоваться формулами, полученными для статики [1-3], и считать магнитную восприимчивость статической. После очевидных вычислений из уравнений Максвелла легко получить поверхностный импеданс Z. Оказывается, что относительный вклад Δ по сравнению с магнитным моментом порядка $\gamma \sim \Delta\sigma_{квант}/\sigma_{класс}\,\chi$. Оценки показывают, что он всегда мал, так что осцилляции поверхностного импеданса определяются в основном эффектом де-Гааза - ван-Альфена, и относительная амплитуда осцилляции импеданса порядка $\Delta Z/Z \sim (4\pi\chi)^{-1/2}$.

Следует подчеркнуть, что, благодаря периодической зависимости квантовых осциллирующих членов от $cS/e\hbar H_0$, в этих членах в относительно слабом переменном поле уже проявится нелинейность, достаточно, как легко видеть, амплитуды внешнего электромагнитного поля $H_1 \gtrsim H_0\ (e\hbar H_0/cS)$. Это замечание относится, конечно, к любым частотам.

В тонкой пластине толщины d, где $d \ll \delta_{эф}$, однако $d \gg r, \ell$ и квантование уровней электронов такое же, как и в массивном образце [4], роль $\delta_{эф}$ будет играть d, так что при $d \ll \delta_{эф}$ γ определяющими осцилляции Z становятся осцилляции плотности тока (эффект Шубникова - де-Гааза).

По мере повышения частоты относительная роль осцилляции магнитного момента уменьшается, так как магнитный момент, во-первых, нелокально связан с напряженностью магнитного поля, в результате чего величина магнитного момента уменьшается в $\delta_{эф}/r$ раз при строго параллельной поверхности образца, а в $\delta_{эф}/\ell$ раз в наклонном по отношению к поверхности магнитного поля; во-вторых, система "не успевает" следить за изменением переменного поля, $\omega\tau \gg 1$, что дополнительно уменьшает величину магнитного момента в $\omega\tau$ раз. Поэтому на достаточно высоких частотах определяющим осцилляции поверхностного импеданса является эффект Шубникова - де Гааза (частоту и порядок $\Delta Z/Z_0$ легко оценить из приведенных выше соображений и их формул [1]). Следует также принять во внимание, что при аномальном скин-эффекте ($\delta_{эф} \ll r$ в параллельном и $\delta_{эф} \ll \ell$ в наклонном к поверхности магнитном поле) случай $n_1 = n_2$ (n_1, n_2 – число электронов и дырок соответственно) перестает отличаться от случая $n_1 \neq n_2$ (подробнее см. [6]), формулы для этого случая приведены в [5,6] .

Таким образом, при заданной толщине d пластинки, по мере повышения частоты, в осцилляциях Z происходит переход от эффекта Шубникова – де-Гааза к эффекту де-Гааза – ван-Альфена и далее опять к эффекту Шубникова – де-Гааза.

Для построения последовательной теории и в общем случае необходимо прежде всего учесть, что речь идет о системе свободных зарядов во внешних полях, т.е. о типичной задаче теории поля, описываемой уравнениями Максвелла с обычными граничными условиями (для напряженностей полей, а не для индукции). Током смещения необходимо пренебречь в этих уравнениях, поскольку это является превышением точности [7] . Плотность тока (включающая как ток проводимости, так и ток, связанный с неоднородностью намагничения образца) в квазиклассическом приближении имеет вид (вывод см. [5] , § 2):

$$\vec{j}(\vec{R}) = \frac{e}{2} Sp\{\delta(\vec{R} - \hat{\vec{R}}')(\hat{f}\hat{\vec{v}} + \hat{\vec{v}}\hat{f})\},$$

где $\hat{f}$ – матрица плотности рассматриваемой системы. Для определения $\hat{f}$ нужно решить квантовое кинетическое уравнение аналогично тому, как это делалось в [5] . Однако в общем случае при введении времени релаксации важно правильно выбрать функцию, обращающую столкновительный член в нуль. Ясно, что при $\omega\tau \ll 1$ основным приближением является $f_0(\varepsilon - \gamma)$, где f_0 – функция Ферми, а γ – химический потенциал в заданном внешнем поле, а при $\omega\tau \gg 1$, так что система "не успевает" подстраиваться. Основным приближением является $f_0(\varepsilon - \gamma_0)$, γ_0 – химический потенциал в равновесном случае.

Расчет подтверждает все сделанные выше оценки. Вывод точных формул и сравнение с экспериментом [8] явится предметом отдельного сообщения.

Один из авторов (М.Я.Азбель) весьма признателен Д.Шенбергу, обратившему его внимание на роль осцилляции магнитного момента при низких частотах.

Институт кибернетики
Академии наук Грузинской ССР

Поступило в редакцию
9 января 1966 г.

Литература

[1] И.М.Лифшиц. ЖЭТФ, 32, 1509, 1957.
[2] E.Adams, T.Holstein. J.Phys. Chem. Solids, 10, 254, 1959.
[3] И.М.Лифшиц, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 29, 730, 1955.
[4] М.Я.Азбель. ЖЭТФ, 34, 754, 1958.
[5] М.Я.Азбель. ЖЭТФ, 34, 969, 1958.
[6] М.Я.Азбель. ЖЭТФ, 34, 1158, 1958.
[7] М.Я.Азбель, В.Г.Песчанский. ЖЭТФ, 49, 751, 1965.
[8] Е.П.Вольский. ЖЭТФ, 43, 1121, 1962.