

**ВОЗНИКНОВЕНИЕ ХАОСА
ПРИ РАЗРУШЕНИИ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ И ПЕРЕХОДЕ
ЧЕРЕЗ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ В РАСПРЕДЕЛЕННОМ ГЕНЕРАТОРЕ
С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

В.А.Кац, Д.И.Трубецков

В системе, исследуемой в ¹, экспериментально обнаружены механизмы перехода к хаосу, характерные для простых динамических систем: разрушение квазипериодических режимов с двумя и тремя несоизмеримыми частотами и переход через перемежаемость.

В работе ¹ сообщалось, что многомодовый генератор с запаздыванием, активный элемент которого представляет собой неравновесную среду электронный пучок – бегущая электромагнитная волна, демонстрирует с ростом неравновесности системы переход к хаосу, которому присущи черты механизма Фейгенбаума ². В настоящей работе экспериментально доказано существование еще двух механизмов перехода к хаосу в такой распределенной системе, типичных для простых динамических систем ³.

Полоса усиливаемых частот Δf активного элемента генератора ограничивалась фильтром-резонатором с добротностью $f_0 / \Delta f = 200$, допускающим плавную перестройку цен-

тральной частоты f_0 . Число собственных мод генератора, попадающих в полосу усиления и образующих квазиеквидистантный спектр с межмодовым расстоянием $1/T$, где T – время запаздывания, составляло величину $\Delta f T \sim 10$. В ходе эксперимента изменялись три параметра системы: частота f первоначально возбужденной (рабочей) моды генератора, расстройка $\sigma = T(f_0 - f)$ центральной частоты фильтра от частоты рабочей моды и глубина обратной связи $\lambda = 10 \lg(P_{вх}/P_{вых})$, где $P_{вх}$ и $P_{вых}$ – мощность волны на входе и выходе активного элемента. В качестве управляющего использовался параметр глубины обратной связи, остальные играли роль параметров начальных условий. Для контроля автоколебательных режимов в эксперименте фиксировались спектр мощности и временная реализация огибающей генерируемого сигнала, а также двумерная проекция фазового портрета системы.

С увеличением параметра λ при постоянных токе и ускоряющем напряжении пучка в системе в результате конкуренции устанавливались гармонические автоколебания постоянной амплитуды на частоте моды, имеющей максимальный линейный инкремент. С ростом неравновесности системы при $\lambda = \lambda_1$ этот стационарный режим сменялся периодическим, амплитуда которого росла как $\sqrt{\lambda - \lambda_1}$, – возникла автомодуляция периода $2T$. Характерной особенностью этого процесса являлось наличие большого числа гармоник основной частоты $f_1 = 1/2T$ в спектре модуляции, что свидетельствует о его существенно нелинейной природе.

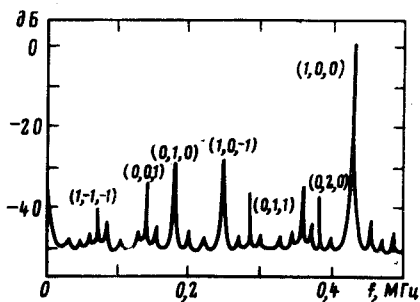


Рис. 1. Спектр мощности огибающей в режиме трех-частотной квазипериодической автомодуляции.

Рис. 3. Осциллограммы огибающей, иллюстрирующие перемежающийся хаос.

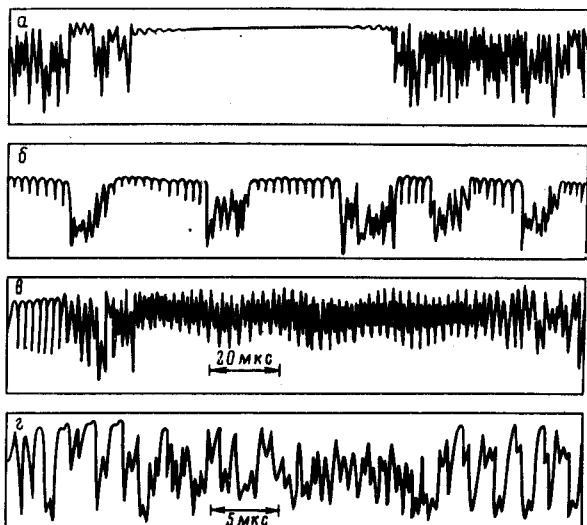


Рис. 3

Дальнейшее увеличение λ сопровождалось последовательным "мягким" появлением в спектре модуляции еще двух частот f_2 и f_3 и их линейных комбинаций ($m_1 f_1 + m_2 f_2 + m_3 f_3$) (рис. 1, в круглых скобках указаны значения коэффициентов линейной комбинации (m_1, m_2, m_3) для статистически значимых спектральных пиков в интервале частот от 0 до f_1). Эти возмущения амплитуды с несоизмеримыми частотами f_1, f_2, f_3 можно рассматривать как новые (модуляционные) моды нелинейной системы, отличные от системы собственных линейных мод. При $\lambda = \lambda_{кр}$ дискретные составляющие в спектре скачком превращались в размытые пики с характерным "шумовым" пьедесталом, который поднялся одновременно с уширением пиков при увеличении λ . Таким образом, режим трех-частотной квазипериодической автомодуляции, возникший в результате трех последовательных бифуркаций Хопфа⁴, разрушался с ростом неравновесности и в системе устанавливались автостохастические колебания со сплошным спектром (механизм Рюэля и Такенса⁵).

Режим трехчастотной квазипериодической автомодуляции был устойчив и фиксировался экспериментально в узкой области параметров начальных условий. При изменении величины расстройки σ без изменения частоты рабочей моды третья бифуркация Хопфа в сис-

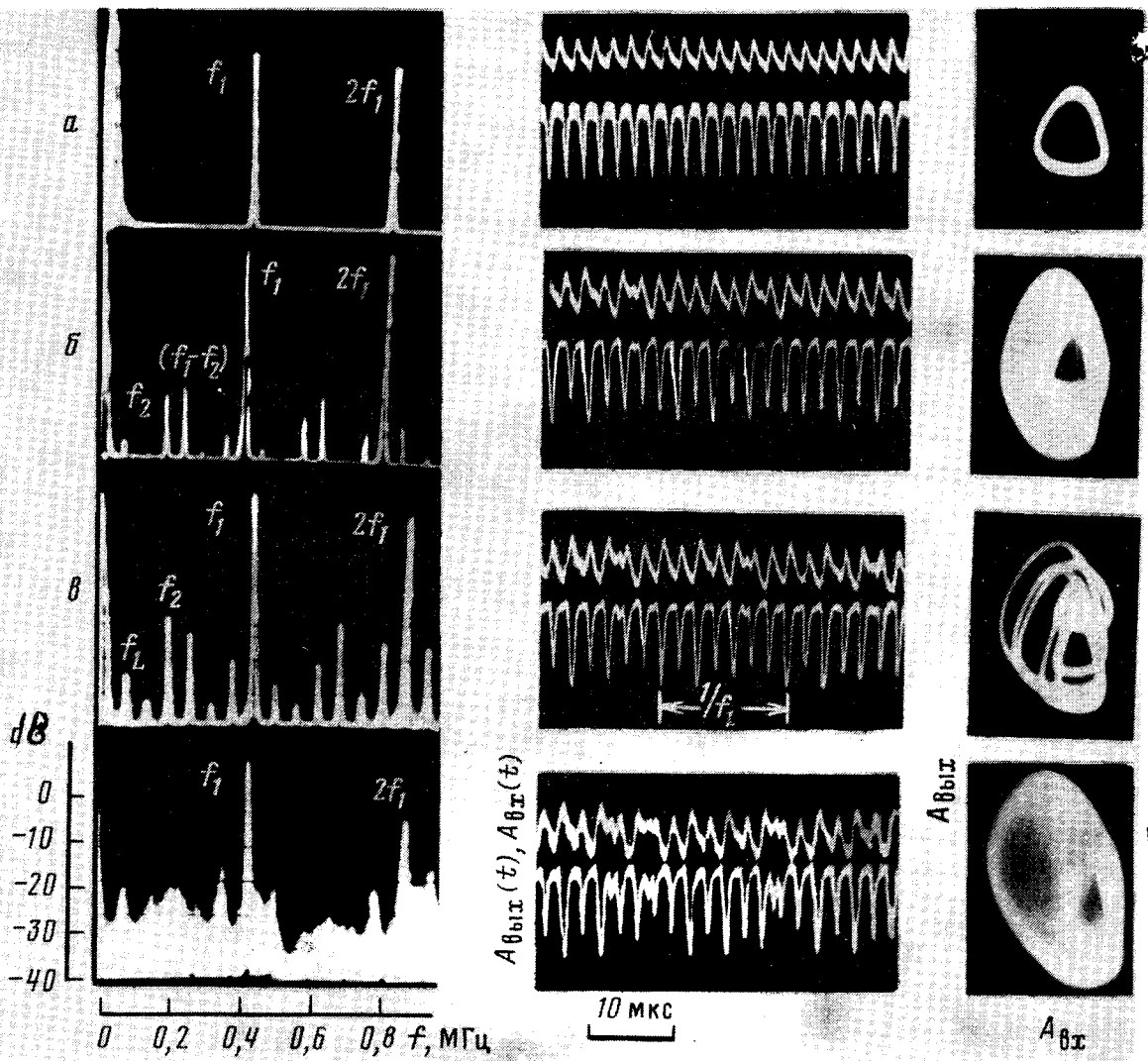


Рис. 2. Переход к хаосу через режим синхронизации ("фазового захвата") двухчастотных квазипериодических автоколебаний

Рис. 2

теме на наблюдалась. Режим периодической автомодуляции (рис. 2, а) сменялся с ростом λ квазипериодическими автоколебаниями с двумя несоизмеримыми частотами f_1 и f_2 (рис. 2, б). Переход от двухчастотных квазипериодических автоколебаний к стохастическим реализовывался с ростом λ через режим синхронизации двух мод с несоизмеримыми частотами. Последний сопровождался в зависимости от величины σ исчезновением или потерей устойчивости в результате последовательности бифуркаций удвоения возникшего режима периодической автомодуляции. В первом случае квазипериодические колебания разрушались

в результате "фазового захвата" двух мод: между частотами устанавливалось рациональное соотношение $f_1/f_2 = 2,33 \pm 0,1 = 7/3$, что соответствует автомодуляции периода $1/f_L$, где $f_L = f_1/7 = f_2/3$ (рис. 2, а). В фазовом пространстве системы образом квазипериодических автоколебаний является двумерный инвариантный тор (рис. 2, б, фазовая траектория "вырезает" на поверхности тора ленту конечной ширины, так как период обмотки тора $1/f_2$ больше периода исходного цикла $1/f_1$). При синхронизации двух мод имеет место вырождение, соответствующее резонансу на торе 3 : 7, которых сопровождается в эксперименте гистерезисом по $\lambda \pm 0,05$ дБ, что характерно для "жесткого" рождения цикла на торе (рис. 2, в). С ростом λ при $\lambda = \lambda_{кр}$ в системе скачком возникали стохастические автоколебания, образом которых в фазовом пространстве является странный аттрактор (рис. 2, г). Во втором случае два соседних пика f_2 и $(f_1 - f_2)$ в спектре квазипериодической модуляции (рис. 2, в) сближались с ростом λ (отношение частот f_1/f_2 уменьшалось) и при некотором $\lambda = \lambda_s \pm 0,1$ дБ резко "схлопывались" в один узкий пик на частоте $f_1/2$, что соответствует резонансу на торе 1 : 2. Квазипериодические автоколебания разрушались. Возникал режим периодической модуляции $4T$, стохастизация которого с ростом неравновесности осуществлялась в результате последовательности бифуркаций удвоения (экспериментально фиксировались две бифуркации перед возникновением хаоса).

Если при изменении параметров начальных условий автоколебания в системе сохраняли регулярный характер при значениях λ превышающих критическое $\lambda_{кр}$, то в системе реализовывался переход к хаосу, принципиально отличный от описанных выше, — переход через перемежаемость⁶. С изменением параметра λ режим детерминированных автоколебаний сменялся при $\lambda = \lambda_i$ автоколебательным режимом с редкими случайными "всплесками" хаоса, перемежающимися длительными участками порядка. Протяженность фаз хаоса и порядка на временной реализации такого процесса носила случайный характер. При увеличении $|\lambda - \lambda_i|$ средняя протяженность фаз хаоса возрастала, они появлялись все чаще. Регулярный режим постепенно исчезал и в системе устанавливались стохастические автоколебания. В зависимости от параметров начальных условий в эксперименте зафиксированы переходы к хаосу через перемежаемость от режимов стационарной генерации (рис. 3, а), периодической (рис. 3, б) и квазипериодической (рис. 3, в) автомодуляции. Более того, наблюдалась перемежаемость "хаос — хаос" между двумя режимами стохастических автоколебаний, рожденными в результате потери устойчивости циклами различных периодов (рис. 3, г)⁷.

Отметим, что как и в¹ наблюдался переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода Фейгенбаума (фиксировалось четыре бифуркации). Были измерены экспериментально значения констант Фейгенбаума² $\delta = 4,23 \pm 0,1$ и $\alpha = 2,51 \pm 0,1$.

В заключение подчеркнем, что исследуемая система демонстрирует большое разнообразие типов перехода к хаосу, в том числе все известные для гидродинамических систем⁸.

Авторы благодарны Ю.А.Зюрюкину за помощь в подготовке эксперимента.

Литература

1. Анисимова Ю.В., Дмитриева А.С., Залогин Н.Н., Калинин В.И., Кислов В.Я., Панас А.И. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, 387.
2. Feigenbaum M.J. J. Stat. Phys., 1978, 19, 25.
3. Eckmann J.P. Rev. Mod. Phys., 1981, 53, 643.
4. Марсен Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир, 1980, гл. 1 — 3, с. 368.
5. Рюэль Д., Такенс Ф. Кн.: Странные аттракторы. Ред. Я.Г.Синай, Л.П.Шильников, 1981, М.: Мир, с. 117.
6. Manneville P., Pomeau Y. Physica, 1980, 1D, 219.
7. Афраймович В.С., Рабинович М.И., Угодников А.Д. Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, 64.
8. Gollub J.P., Benson S.V. J. Fluid Mech., 1980, 100, 449.

Поступила в редакцию

17 ноября 1983 г.