ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАССМОТРЕНИЯ МАГНИТНОГО ПРОБОЯ В МЕТАЛЛАХ

А.А.Слуцкин

Как известно [1], явление магнитного пробоя, наблюдающееся на многих металлах, помещенных в постоянное и однородное магнитное поле $\vec{H}=\{0,0,H\}$, обусловлено квантовыми туннельными переходами заряженной квазичастицы (электрона проводимости) между близко расположенными траекториями $\varepsilon_s(\vec{p})=E$, $p_z=p_{z0}$ ($\varepsilon_s(\vec{p})$ - закон дисперсии, $\vec{p}$ - квазиимпульс, s - номер зоны, энергия E и проекция импульса на ось z - сохраняющиеся величины), определяющими классическое движение электрона в $\vec{p}$ - пространстве. При построении количественной теории магнитного пробоя наибольший интерес представляет вычисление вероятности межзонного пробоя и определение скачка фазы квазиклассической волновой функции, возникающего при переходе электрона с одной траектории на другую. В квазиклассическом приближении, которое хорошо выполняется в металлах, эти две величины полностью определяют энергетический спектр и волновую функцию квазичастицы и входят во все макроскопические электронные характеристики металла.

В настоящей заметке предлагается метод рассмотрения межзонного магнитного пробоя, позволяющий получить простые аналитические выражения для вероятности пробоя и разности фаз, справедливые во всем интервале изменения магнитного поля [1]. В соответствии с принятой в настоящее время концепцией заряженных квазичастиц - носителей проводимости в металлах, рассмотрение проводится в терминах произвольного закона дисперсии.

Дальнейшее исследование мы проведем для случая, когда точки в $\vec{p}$ - пространстве, где разность $\varepsilon_1(\vec{p})-\varepsilon_2(\vec{p})=\Delta(\vec{p})$ мала, сосредоточены вблизи некоторой плоскости. (Эта ситуация является типичной для металлов.) Для простоты рассмотрения можно считать, что при фиксированных p_x и p_z минимум $\Delta(\vec{p})-(\min\Delta(\vec{p})\neq 0)$ достигается на плоскости $p_y=0$.

В областях $\vec{p}$ - пространства, достаточно удаленных от плоскости $p_y=0$, межзонными переходами можно пренебречь и волновая функция $G_s(\vec{P})$ электрона в $\vec{p}, s$ -представлении ($\vec{p}, s$ - представлением мы называем коэффициенты разложения по функциям $\tilde{\psi}_{\vec{p},s}= u^{(s)}_{p_x+\frac{eHy}{c},p_y,p_z}(\vec{r})e^{i\vec{p}\vec{r}/\hbar}$, $u^{(s)}_{\vec{p}}(\vec{r})$ - периодический множитель блоховской функции), записанная в квазиклассическом приближении, имеет следующий вид:

$$G_s(\vec{P})=g_s(P_y)\delta(P_x-P_{x0})\delta(P_z-P_{z0}); \tag{I}$$

$$g_s^{(\pm)}(P_y)=\sum_\alpha c^{(\pm)}_{s,\alpha}\exp\frac{i}{\sigma}\left(P_{x0}P_y-\int_0^{P_y}p_x^{(\alpha,s)}(p_y')dp_y'\right)\Big/\sqrt{|\partial\varepsilon_s/\partial p_x|},$$

$$\varepsilon_s(p_x^{(\alpha,s)}(p_y),p_y,p_{z0})=E,\qquad \sigma=e\hbar H/c. \tag{Ia}$$

Знаки "+" и "-" относятся к областям $\vec{p}$ - пространства, где, соответственно, $p_y>0$ и $p_y<0$, индекс α обозначает одно из решений уравнения (Iа). Задача о магнитном пробое фактически сводится к нахождению матриц "сшивки" $\hat{\tau}^{(\alpha)}$, связывающих коэффициенты $c^{(\pm)}_{s,\alpha}$ $(s=1,2)$: $c^{(+)}_{s,\alpha} = \sum_{s'=1}^{2} \tau^{(\alpha)}_{ss'} c^{(-)}_{s',\alpha}$.

Чтобы получить $\hat{\tau}^{(\alpha)}$ в явном виде, как функцию H и основных параметров задачи, необходимо исследовать уравнение Шредингера в малой окрестности $p_y=0$ (где существенны межзонные переходы) и "сшить" полученное решение с квазиклассическими выражениями (I). Для этого исследования функции $\tilde{\Psi}_{\vec{p},s}$ непригодны, так как периодические множители $u^{(s)}_{\vec{p}}(\vec{r})$, входящие в эти функции, являются "острыми" по аргументу p_y (характерный интервал изменения $u^{(s)}_{\vec{p}}$ порядка $(\Delta_0/\varepsilon_0)p_0 \ll p_0 = \hbar/a$, a - постоянная решетки, ε_0 - характерная энергия, Δ_0 - характерное значение $\Delta(p_x, 0, p_z)$). Более целесообразно использовать вместо $\tilde{\Psi}_{\vec{p},s}$ функции $\chi_{\vec{p},s} = \tilde{\Psi}_{p_x,0,p_z} e^{ip_y y/\hbar}$, куда зависимость от p_y входит только в экспоненту (функции χ являются некоторой модификацией функций Кона-Люттингера). Простые вычисления, проведенные в первом приближении по параметру квазиклассичности, показывают, что уравнение Шредингера в χ- представлении при малых p_y имеет следующий вид:

$$\sum_{s'=1}^{2} \left\{ \left[\hat{\varepsilon}_s(\hat{p}_x, 0, \hat{p}_z) - E \right] \delta_{ss'} + p_y \hat{v}_{ss'}(\hat{p}_x, 0, \hat{p}_z) \right\} \beta_s(\vec{P}) = 0, \qquad (2)$$

$$\hat{p}_x = P_x + i\sigma \frac{\partial}{\partial P_y}.$$

Здесь $\beta_s(\vec{P})$- коэффициенты разложения полной волновой функции электрона по $\chi_{\vec{p},s}$, связь между β_s и G_s справа и слева от плоскости $p_y=0$ определяется матрицами, не зависящими от p_y, $v_{ss'}(\vec{p})$- матричный элемент оператора скорости $\hat{v}_y$. Решение системы, проведенное в первом приближении по параметру [2] $\hbar\Omega_0/\Delta_0 \ll 1$ (Ω_0-характерное значение ларморовской частоты), позволяет произвести "сшивку" и найти явный вид матриц $\hat{\tau}$:

$$\hat{\tau}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \tau_\alpha e^{i\omega_\alpha}, & -s_\alpha \\ s_\alpha, & \tau_\alpha e^{-i\omega_\alpha} \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} \tau_\alpha^2 + s_\alpha^2 = 1, \quad s_\alpha = e^{-\pi\gamma_\alpha/2}, \quad \gamma_\alpha = \Delta^2_{0\alpha}/\sigma|v^{(\alpha)}_{x0} V^{(\alpha)}_0|, \\ \omega_\alpha = \mathrm{sign}\, v^{(\alpha)}_{x0} \arg\left\{ \exp i\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma_\alpha}{2} - \frac{\gamma_\alpha}{2}\ln\frac{\gamma_\alpha}{2}\right) / \Gamma^*\left(\frac{i\gamma_\alpha}{2}\right)\right\}, \\ V = v_{12}, \quad v_x = \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{2} \partial\varepsilon_s/\partial p_x. \end{array} \qquad (3)$$

Индекс "ноль" означает, что все величины в формуле (5) берутся на плоскости $p_y=0$ в точке максимального пробоя $p_{xo}, 0, p_{zo}$, определяемой уравнением $\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{2}\varepsilon_s(p_{xo},0,p_{zo})=E$, матрицы $\hat{\tau}^{(\alpha)}$ унитарны, что соответствует сохранению величины $\sum_{s=1}^{2}(\partial\varepsilon_s/\partial p_x)|q_s|^2$, пропорциональной плотности потока вероятности в $\vec{p}$ - пространстве. Величина ω_α определяет скачок фазы квазиклассической волновой функции. Вероятность магнитного пробоя W_α по определению равна $|\tau_{12}^{(\alpha)}|=|\tau_{21}^{(\alpha)}|$, то есть

$$W_\alpha=\exp(-H_0(E,p_{zo})/H), \quad H_0(E,p_{zo})=\frac{c\,\Delta_{0\alpha}^2}{e\hbar\,|v_{xo}^{(\alpha)}V_0^{(\alpha)}|}\,. \tag{4}$$

Формула (4) справедлива при любых значениях H. Если магнитное поле образует с плоскостью наибольшего сближения зон некоторый угол φ, то W_α определяется формулой:

$$W_\alpha=\exp\left(-H_0(E,p_{zo})/H\cos\varphi\right), \tag{4a}$$

то есть с увеличением φ величина W_α уменьшается.

Автор выражает искреннюю благодарность И.М.Лифшицу за интерес к работе и ценные дискуссии.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступило в редакцию
24 мая 1966 г.

Литература

[1] M.M.Cohen, L.M.Falicov. Phys. Rev. Lett., 7, 231, 1961.

[2] E.J.Blount. Phys. Rev., 126, 1636, 1962.

[3] A.B.Pippard. Proc. Roy. Soc., 270, 1, 1962; Phil. trans. Roy. Soc. (London), 256, 317, 1964.

[4] И.М.Лифшиц, М.И.Каганов. Успехи физ.наук, 69, 419, 1959.

---

1) В предельных случаях очень сильного ($H\to\infty$) слабого пробоя ($H\to 0$) эта задача решена Блаунтом [2] и Пиппардом [3].

2) Малость $\hbar\Omega_0/\Delta_0$ не противоречит условию даже очень сильного пробоя и не вносит ограничений в наше рассмотрение.