ИНФРАКРАСНОЕ И МИКРОВОЛНОВОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ИОННЫХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ БОЛЬШОМ УРОВНЕ МОЩНОСТИ

В.М.Файн

Цель настоящего сообщения состоит в том, чтобы показать, что при достаточно большой амплитуде внешнего электрического поля, приложенного к диэлектрику, возникает аномально большое увеличение поглощения (в нерезонансном случае) и насыщение инфракрасного резонанса. Эти явления связаны с возникновением параметрической нестабильности акустических волн [1] и аналогичны соответствующим явлениям в ферромагнитном резонансе при большом уровне мощности [2]. Уравнения для стационарных значений амплитуд акустических волн $a_{\vec k}$, $a^+_{-\vec k}=a^*_{\vec k}$ и оптических колебаний a, $a^+=a^*$ (при $\vec k=0$) имеют вид

$$\left[i\left(\omega_{\vec k}-\frac{\omega}{2}\right)+\gamma_{\vec k}\right]a_{\vec k}=-i F_{\vec k}\, x\, a^+_{-\vec k}, \tag{1}$$

$$[-i(\omega+\omega_0)+\gamma]a_-=i\sum_{\vec k} F_{\vec k}\, a_{-\vec k}\, a_{\vec k}-i\beta E_0,$$

$$[-i(\omega-\omega_0)+\gamma]a^+_-=-i\sum_{\vec k} F_{\vec k}\, a_{-\vec k}\, a_{\vec k}+i\beta E_0. \tag{2}$$

Здесь $x=a^+_-+a_-$, a^+_- и a_- - амплитуды при $e^{-i\omega t}$. Уравнения (1), (2) следуют из гамильтониана, описывающего фононы во внешнем однородном поле $E_x=E_0\cos\omega t$ с учетом ангармонизма третьего порядка, обеспечивающего связь между акустическими и оптическими фононами $V_{0\vec k\,-\vec k}=\hbar F_{\vec k}$.

Устойчивое решение уравнений (1) - (2) в классическом случае и в пренебрежении тепловыми флуктуациями имеет вид:

$$x=-\frac{2\beta\omega_0 E_0}{\omega^2-\omega_0^2-\gamma^2+i\omega\gamma};\quad a_{\vec k}=0\quad \text{при}\quad E_0<E_{кр},$$

$$x=-\frac{2\beta\omega_0 E_0}{\omega^2-\omega_0^2-\gamma^2+\omega_0 R_2+i\omega\left(\gamma+2\frac{\omega_0}{\omega}R_1\right)};\quad a_{\vec k}\neq 0, \tag{3}$$

$$|x^2|=\min\frac{\left(\omega_{\vec k}-\frac{\omega}{2}\right)^2+\gamma_{\vec k}^2}{|F_{\vec k}|^2}\quad \text{при}\quad E_0\gg E_{кр},$$

где минимум берется от выражения в правой части рассматриваемого как функция $\vec{k}$

$$R_1 = 2\sum_{\vec{k}} \frac{\gamma_{\vec{k}}}{(\omega_{\vec{k}} - \frac{\omega}{2})^2 + \gamma_{\vec{k}}^2} |E_{\vec{k}}|^2 n_{\vec{k}}\,; \quad R_2 \equiv \alpha R_1 = 2\sum_{\vec{k}} \frac{\frac{\omega}{2} - \omega_{\vec{k}}}{(\omega_{\vec{k}} - \frac{\omega}{2})^2 + \gamma_{\vec{k}}^2} |E_{\vec{k}}|^2 n_{\vec{k}}\,,$$

$n_{\vec{k}} = a^+_{\vec{k}} a_{\vec{k}}$, суммирование проводится по всем $\vec{k}$, удовлетворяющим условию минимума. Нестабильность акустических волн наступает при

$$E_o^2 > E_{кр}^2 = \frac{(\omega^2 - \omega_o^2 - \gamma^2)^2 + \omega^2\gamma^2}{4\beta^2\omega_o^2} \min \frac{(\omega_{\vec{k}} - \frac{\omega}{2})^2 + \gamma_{\vec{k}}^2}{|E_{\vec{k}}|^2}\,.$$

Нетрудно получить оценки : $\beta \sim e\sqrt{N/M\hbar\omega_o}$; $E_{\vec{k}} \sim \sqrt{\hbar\omega_o/NM}\,(\omega_o/a\omega_{\vec{k}})(ak)^2$ и при $\omega \ll \omega_o$ (в СВЧ-диапазоне) $E_{кр} \sim \frac{M\omega_k\gamma_k}{eak^2}$, где M - средняя масса иона, a - постоянная решетки. При $\omega_{\vec{k}} \sim \omega/2 \sim 10^{11}\,сек^{-1}$, $k \sim 10^6\,см^{-1}$; $M \sim 10^{-23}\,г$; $E_{кр} \sim 10^{-7}\gamma_{\vec{k}}$ и при $\gamma_{\vec{k}} \sim 10^7\,сек^{-1}$ $E_{кр} \sim 1\,CGSE = 300\,в/см$. Такие напряженности поля в СВЧ диапазоне вполне достижимы. Определим теперь диэлектрическую восприимчивость выше порога $E_o > E_{кр}$. Согласно (3) $|\varkappa|^2$ не зависит в этом случае от величины E_o

$$|\varkappa|^2 = \frac{4\beta^2\omega_o^2 E_o^2}{(\omega^2 - \omega_o^2 - \gamma^2 + \omega_o R_2)^2 + \omega^2(\gamma + 2\frac{\omega_o}{\omega}R_1)^2} =$$

$$= \frac{4\beta^2\omega_o^2 E_{кр}^2}{(\omega^2 - \omega_o^2 - \gamma^2)^2 + \omega^2\gamma^2}\,. \qquad (4)$$

Из этого уравнения нетрудно выразить R_1 и R_2 через отношение мощности падающего излучения и критической мощности $W/W_{кр} \geq 1$ и через параметр α

$$R_1 = -\frac{2\omega\omega_o\gamma - \alpha\omega_o(\omega^2 - \omega_o^2 - \gamma^2)}{(4+\alpha^2)\omega_o^2} +$$

$$+\sqrt{\frac{[2\omega\omega_o - \alpha\omega_o(\omega^2 - \omega_o^2 - \gamma^2)]^2}{(4+\alpha^2)\omega_o^4} + \left(\frac{W}{W_{кр}} - 1\right)\frac{(\omega^2 - \omega_o^2 - \gamma^2)^2 + \omega^2\gamma^2}{(4+\alpha^2)\omega_o^2}}\,; \quad R_2 = \alpha R_1. \quad (5)$$

Параметр α определяется отношением $(\omega_{\vec{k}} - \omega/2)/\gamma_{\vec{k}}$ и, вообще говоря, мал. Для изотропной модели кристалла он порядка $\gamma_{\vec{k}}/\omega_{\vec{k}}$. Если исключить малую область $\frac{W}{W_{кр}} - 1 < \frac{\alpha^2}{4}$, им можно пренебречь. В этом случае восприимчивости при $W>W_{кр}$ следующим образом могут быть выражены через допороговые восприимчивости

$$\chi'_{W>W_{кр}}=\chi'_{W<W_{кр}}\frac{W_{кр}}{W};\quad \chi''_{W>W_{кр}}=\chi''_{W<W_{кр}}\frac{W_{кр}}{W}\sqrt{\frac{W}{W_{кр}}+\left(\frac{W}{W_{кр}}-1\right)\frac{(\omega^2-\omega_0^2-\gamma^2)^2}{\omega^2\gamma^2}} \quad (6)$$

(ср. аналогичные формулы в [2]).

Как известно, из теории ферромагнитного резонанса при большом уровне мощности [2] использованное выше приближение, не учитывающее флуктуации, является довольно удовлетворительным. Однако вблизи порога нестабильности учет флуктуаций является существенным. Поэтому имеет смысл привести результаты из теории с учетом флуктуаций. В этом случае необходимо исходить из квантовой системы уравнений для средних квадратичных величин $n_{\vec k}=\langle a^+_{\vec k}a_{\vec k}\rangle$ и $\langle a_{\vec k}a_{-\vec k}\rangle=A_{\vec k}e^{-i\omega t}$. В стационарном случае при учете только резонансных членов эти уравнения приобретают вид [I)]

$$\begin{gathered} 2\gamma_{\vec k}\left(n_{\vec k}-n^0_{\vec k}\right)=-iF_{\vec k}\,x\,A^*_{\vec k}+iF^*_{\vec k}\,x^*A_{\vec k}, \\ \left[i(\omega-2\omega_{\vec k})+2\gamma_{\vec k}\right]A_{\vec k}=-iF_{\vec k}\,x(2n_{\vec k}+1), \end{gathered} \quad (7)$$

где $n^0_{\vec k}$ – среднее термодинамическое значение $n_{\vec k}$.

Решение этих уравнений имеет вид:

$$\begin{gathered} (2n_{\vec k}+1)=(2n^0_{\vec k}+1)\frac{(\omega-2\omega_{\vec k})+4\gamma_{\vec k}}{(\omega-2\omega_{\vec k})^2+4\gamma^2_{\vec k}-4|F_{\vec k}|^2\,|x|^2}, \\ A_{\vec k}=-\frac{F_{\vec k}\,x\,(2n^0_{\vec k}+1)\left[(\omega-2\omega_{\vec k})+2i\gamma_{\vec k}\right]}{(\omega-2\omega_{\vec k})^2+4\gamma^2_{\vec k}-4|F_{\vec k}|^2\,|x|^2}. \end{gathered} \quad (8)$$

Из уравнений (2) мы теперь можем получить соотношение, связывающее x с внешним полем E_0

$$\left\{\omega^2-\omega_0^2-\gamma^2-i\omega\gamma+2\omega_0\sum_{\vec k}\frac{|F_{\vec k}|^2\,(2n^0_{\vec k}+1)(\omega-2\omega_{\vec k}+2i\gamma_{\vec k})}{(\omega-2\omega_{\vec k})^2+4\gamma^2_{\vec k}-4|F_{\vec k}|^2\,|x|^2}\right\}x=-2\beta\omega_0E_0. \quad (9)$$

Последнее уравнение заменяет решение (3) и, как показывает несложный анализ, решение формул (3), (6), отличаясь от (9) значительной простотой, в то же время является хорошей аппроксимацией его. Поэтому средние квадратичные флуктуации, описываемые уравнениями

(8), можно найти, подставив x из (3) (ниже порога нестабильности и исключая малую область вблизи порога).

Автор благодарен Г.М.Генкину за полезные обсуждения.

Научно-исследовательский
радиофизический институт
г.Горький

Поступило в редакцию
27 мая 1966 г.

Литература

[1] R.Orbach.Phys.Rev.Lett., 16, 15, 1966.
[2] H.Suhl. J.Phys.Chem.Sol., 1, 209, 1957.
[3] В.М.Файн, Я.И.Ханин. Квантовая радиофизика, Изд-во "Сов.радио", 1965.

---

1) Учет диссипативных членов проведен по методике, описанной в книге Файна и Ханина[3], стр. 86. Амплитуды оптического колебания a и a^+ мы рассматриваем классическим образом.