Письма в ЖЭТФ, том 16, вып.7, стр. 414 – 417 5 октября 1972 г.

ДИАГРАММНЫЙ K-МАТРИЧНЫЙ ПОДХОД К $p\alpha$-РАССЕЯНИЮ

А.Г. Барышников, Л.Д.Блохинцев, А.Н.Сафронов

В.В.Туровцев

В последние годы широкое применение в теории ядерных реакций нашли диаграммные и дисперсионные методы (см, например, [1,2]). Общую основу этих методов составляет предположение о том, что амплитуда реакции M является аналитической функцией кинематических переменных (угла рассеяния, энергии) и что основной вклад в M дают ближайшие к физической области ее особенности по этим переменным. В случае бинарных реакций ($A + x \to B + y$) предположение о доминирующей роли ближайших особенностей заведомо справедливо для парциальных амплитуд M с достаточно большими значениями ℓ [3], однако для малых ℓ оно может не выполняться; использование этого предположения при малых ℓ может приводить, в частности, к серьезным нарушениям соотношения унитарности. Одним из способов обеспечения унитарности является применение формализма K-матрицы реакции, связанной с S-матрицей соотношением:

$$S = \left(1 - \frac{i}{2}K\right)/\left(1 + \frac{i}{2}K\right). \qquad (1)$$

При любой эрмитовой матрице K S-матрица автоматически оказывается унитарной.

Рассмотрим одноканальный случай чисто упругого рассеяния нерелятивистских бесспиновых частиц: $A + x \to A + x$. Тогда, полагая

$$M(E, z) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) M_\ell(E) P_\ell(z), \quad K(E, z) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) K_\ell(E) P_\ell(z) \tag{2}$$

($z = \cos\theta$, E и θ – кинетическая энергия и угол рассеяния в Ц-системе), из формулы (1) легко получить:

$$M_\ell = K_\ell / (1 + i\mu p K_\ell / 2\pi), \tag{3}$$

μ и p – приведенная масса и относительный импульс сталкивающихся частиц[1].

Нормировка амплитуды $M(E, z)$ определяется соотношением:

$$d\sigma / d\Omega = (\mu / 2\pi)^2 / M(E, z) /^2 \tag{4}$$

$d\sigma / d\Omega$ – дифференциальное сечение рассеяния. K-матрица первоначально определяется лишь в физической области реакции. Однако с помощью соотношений (1), (3) ее можно аналитически продолжить и в нефизическую область. При этом, рассматривая формулу (3) при $\ell \to \infty$ и используя результаты работы [3], нетрудно убедиться, что если $M(E, z)$ имеет особенность по z при $z = z_0$, то и $K(E, z)$ имеет особенность при $z = z_0$. В частности, если $M(E, z)$ имеет полюс по z, то и $K(E, z)$ имеет полюс по z в той же точке и с тем же вычетом. Поэтому, действуя в духе дисперсионного подхода и желая в то же время обеспечить унитарность, естественно предположить, что K-матрица определяется вкладом от ближайших к физической области особых точек в z-плоскости, являющихся особенностями амплитуд простейших фейнмановских диаграмм.

Применим эти соображения к упругому $p\alpha$-рассеянию на большие углы при энергиях ниже порога развала α-частицы. В этом случае ближайшей к границе физической области ($z = -1$) особой точкой является полюс, отвечающий механизму передачи тритона (рис. 1); остальные особенности расположены существенно дальше. Выбирая в качестве $K(E, z)$ амплитуду диаграммы рис. 1, получаем[2]:

$$K(E, z) = -m_t G^2 / [2p^2 (z + \zeta)], \quad K_\ell(E) = (-1)^{\ell+1} m_t G^2 Q_\ell(\zeta) / 2p^2, \tag{5}$$

---

[1] Здесь и в дальнейшем $\hbar = c = 1$.

[2] Наличие спина у протона приводит в данном случае лишь к появлению тривиального множителя $\delta_{\mu_i \mu_f}$, который мы опускаем (μ_i (μ_f) – проекция спина протона в начальном (конечном) состоянии).

где $\zeta = \frac{1}{2}(m_a / m_p + m_p / m_a) + m_t \epsilon / p^2$, $\epsilon = m_t + m_p - m_a$

m_i – масса частицы i, $Q_\ell(\zeta)$ – функция Лежандра второго рода, $G \equiv G_{atp}$ – вершинная константа [4] для вершины $a \to t + p$.

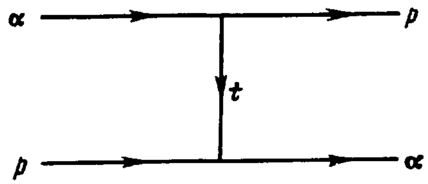

Рис. 1. Полюсная диаграмма для $p\alpha$-рассеяния

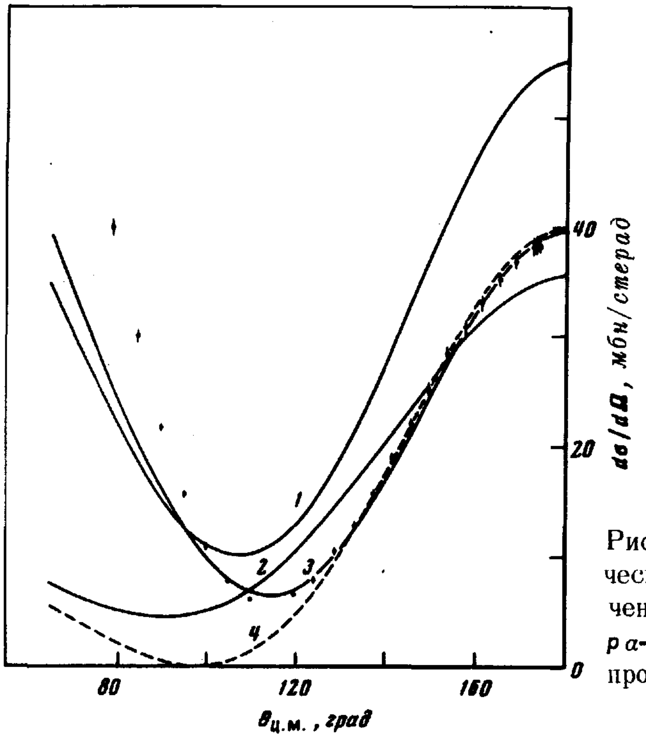

Рис. 2. Сравнение теоретических дифференциальных сечений с экспериментом для $p\alpha$-рассеяния при энергии протонов 20,62 *Мэв*

Расчеты дифференциального сечения упругого $p\alpha$-рассеяния были проведены для различных энергий и при разных значениях константы G. В качестве примера на рис. 2 представлены теоретические кривые и экспериментальные точки [5] для дифференциального сечения упругого $p\alpha$-рассеяния при энергии падающих протонов 20,62 *Мэв*. Кривая 1 на рис. 2 получена с помощью формул (2) – (5) при $G^2 = 7$ *ф*. Мы видим, что хотя эта кривая качественно воспроизводит ход экспериментального сечения, количественное согласие отсутствует. Причина такого расхождения лежит, по-видимому, в том, что при малых ℓ, особенно при $\ell = 0$, в парциальные амплитуды могут давать заметный вклад более далекие, чем полюсная, особенности, отвечающие другим механизмам. Этот вклад можно приближенно учесть, прибавив к парциальной S-амплитуде M_0 комплексную константу и подогнав ее методом

χ^2. Рассчитанная таким способом кривая 3 на рис. 2 хорошо описывает экспериментальные данные при $\theta \gtrsim 100°$. Заметим, что результаты расчетов чувствительны к значению G^2, причем наилучшее согласие с экспериментом достигается при $G^2 = 7\,\phi$. Иллюстрацией этого факта может служить кривая 2, рассчитанная таким же способом, что и кривая 3, но с $G^2 = 4\,\phi$; она заметно отклоняется от экспериментальных точек. Неплохое согласие теории с экспериментом при том же значении $G^2 = 7\,\phi$ имеет место и при других значениях энергии протона.

Для сравнения на рис. 2 приведены также результаты расчетов дифференциального сечения $p\alpha$-рассеяния при 20,62 *Мэв* в рамках периферийной модели с полюсным механизмом [2, 6] (пунктирная кривая 4). Мы видим, что предлагаемый подход в рамках того же полюсного механизма позволяет улучшить согласие теории с экспериментом по сравнению с периферийной моделью. Интересно отметить, что и в случае периферийной модели наилучшее описание эксперимента достигается при $G^2 = 7\,\phi$. Это значение G^2 согласуется с результатами анализа реакции $He^3(d,\,p)\,He^4$ в рамках периферийной модели [2] ($G^2 = 7{,}1\,\phi$), оно несколько ниже величины $G^2 = 11{,}3\,\phi$, полученной в работе [7] для константы изотопически подобного процесса $\alpha \to t + n$ путем применения дисперсионных соотношений для амплитуды упругого $n\alpha$-рассеяния вперед. Вершинная константа G_{ABC} для распада (синтеза) по каналу $A \to B + C$ связана с коэффициентом в асимптотике волновой функции данного канала и несет важную спектроскопическую информацию; в отличие от обычно используемой приведенной ширины θ ее определение не содержит такой модельной величины как радиус канала.

Институт ядерной физики
Московского
государственного университета
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
21 июля 1972 г.

Литература

[1] И.С.Шапиро. Теория прямых ядерных реакций. М., Госатомиздат, 1963 г.; УФН, 92, 549, 1967.

[2] Э.И.Долинский. Изв. АН СССР, сер. физ., 34, 167, 1970.

[3] В.С.Попов. ЖЭТФ, 47, 2229, 1964.

[4] М.М. Аль-Бейдови, Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, В.В.Туровцев. Вестник МГУ, сер. физ.-астр., №6, 3, 1967.

[5] P.W.Allison, R.Smythe. Nucl. Phys., A121, 97, 1968.

[6] И.Борбей, Э.И.Долинский, В.В.Туровцев. ЯФ, 8, 492, 1968.

[7] M.P.Locher. Nucl. Phys., B36, 634, 1972.