*Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 7, стр. 420 – 423*                5 октября 1972 г.

# ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТОКАМАКА С НЕКРУГЛЫМ СЕЧЕНИЕМ ПЛАЗМЕННОГО ВИТКА

*Л.С.Соловьев*

В связи с появившимся интересом к Токамакам квазиэллиптического поперечного сечения [1] представляется актуальным продискутировать некоторые вопросы устойчивости таких систем и, в частности, возникающее ограничение на давление плазмы.

Дестабилизирующими факторами, ответственными за гидромагнитную неустойчивость плазмы являются, вообще говоря, градиент давления и продольный ток в плазменном торе, и условия устойчивости приводят к ограничению на обе эти величины. Условия локальной устойчивости для конфигураций со спадающим от магнитной оси давлением плазмы оказываются наиболее критичными в окрестности магнитной оси. Для систем типа Токамака необходимый критерий устойчивости Мерсье [2, 3] и достаточный критерий [4, 5], (выведенные для произвольных тороидальных конфигураций), сводятся при этом, соответственно, к условиям

$$\frac{A-(1+\epsilon/2)(1+\epsilon)x^2}{R^2} - \frac{2\epsilon^2\beta}{(1+\epsilon+\sqrt{1-\epsilon^2})^3 a^2 x^2} > 0, \quad (1)$$

$$\frac{A-(1+\epsilon/2)(1+\epsilon)x^2}{R^2} - \frac{\beta}{(1+\epsilon)^2 a^2 x^2} > 0. \quad (2)$$

Здесь первые члены, одинаковые в обоих критериях, описывают магнитную яму ($\sim -V''(\phi)$, $\phi$ – продольный магнитный поток)

$$x = \frac{jR}{2B}, \quad A = 1 + \frac{3\epsilon}{4}(1+\Gamma) \quad (3)$$

($x$ – величина обратная "локальному" запасу устойчивости $q$), $\mathbf{B}$ и $\mathbf{j} = \mathrm{rot}\,\mathbf{B}$ – магнитное поле и плотность тока, $\epsilon = (\ell_z^2-\ell_r^2)/(\ell_z^2+\ell_r^2)$ – эллиптичность нормальных сечений магнитных поверхностей в окрестности магнитной оси $r = R$, $\Gamma$ – параметр несимметричности сечений, $\beta = 2p_0/B^2$, $p = p_0(1-V/V_\Sigma)$, $V_\Sigma = 2\pi^2 abR$, $a = (\ell_r)_\Sigma$, $b = (\ell_z)_\Sigma$.

Согласно критериям (1) и (2) устойчивость определяется магнитной ямой, автоматически возникающей при сворачивании плазменного витка в тор, и зависит от эллиптичности $\epsilon$ и несимметричности $\Gamma$ сечений магнитных поверхностей. В случае симметричных эллиптических сечений $\Gamma = 0$. При $\epsilon > 0$, $\Gamma > 0$ при наличии заостренности профиля сечения во внешнюю сторону (от оси тора $z$). При $\epsilon < 0$, $\Gamma < 0$ для профилей с заострением в противоположном направлении.

В случае круглых приосевых сечений магнитных поверхностей ($\epsilon = 0$) $A = 1$, и влияния несимметричности сечений исчезает. При этом, согласно необходимому критерию (1), исчезает также ограничение на давление плазмы. Однако, достаточный критерий (2), (совпадающий при $\epsilon = 0$ с критерием Уэйра и Хааса [6]), приводит к ограничению на давление также и в случае круглых сечений.

Необходимый (1) и достаточный (2) критерии устойчивости различаются между собой величиной дестабилизирующих членов, пропорциональных $\beta$, причем отношение этих членов зависит только от эллиптичности $\epsilon$. При малых $\epsilon$ это отношение, ((2)/(1)) стремится к $4/\epsilon^2$; при $\epsilon \to -1$ оно также велико $\sim \sqrt{2}/(1+\epsilon)$, однако при $\epsilon \to 1$ необходимый и достаточный критерии сливаются.

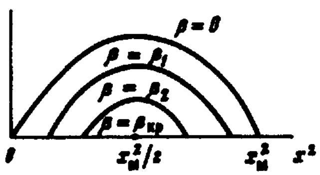
В общем случае критерий (1) и (2) эквивалентны требованию положительности квадратного трехчлена от переменной $x^2$ и для различных $\beta$ области устойчивости по продольному току ограничены соответствующими кривыми, изображенными на рисунке.

Максимальная область устойчивости по току отвечает $\beta = 0$. При $\beta = \beta_{кр}$ эта область стягивается в точку в окрестности $x^2 = x_м^2/2$ и исчезает.

Для Токамака с круглыми сечениями магнитных поверхностей необходимый критерий (1) сводится к ограничению на ток $x^2 < 1$ и не содержит ограничений на давление, в то время как достаточный критерий (2) приводит к условию

$$-\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\beta R^2}{a^2}} < x^2 - \frac{1}{2} < \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\beta R^2}{a^2}}\,. \qquad (4)$$

Из (4) при $\beta \to 0$ вытекает $x^2 < 1$, а величина $\beta$ ограничена отношением $\beta \leqslant \beta_{кр} = a^2/4R^2$. Экспериментальные данные, полученные на Токамаках, по-видимому, свидетельствуют в пользу того, что реальная область устойчивости лучше описывается достаточным критерием (2), чем необходимым (1).




Согласно достаточному критерию (2), вытянутость сечений магнитных поверхностей по нормали к магнитной оси, ($\epsilon < 0$), приводит к большим ограничениям на давление, и поэтому более целесообразным представляется противоположный случай, когда сечения вытянуты вдоль оси тора $z$.

В пределе большого отношения $b/a$ необходимый и достаточный критерий (1) и (2) совпадают, и полученный таким образом критерий устойчивости сводится к условию

$$-\sqrt{\left(\frac{A}{6}\right)^2 - \frac{\beta R^2}{12a^2}} < x^2 - \frac{A}{6} < \sqrt{\left(\frac{A}{6}\right)^2 - \frac{\beta R^2}{12a^2}}\,, \qquad (5)$$

где $A = (7 + 3\Gamma)/4$. Из (5) при $\beta \to 0$ вытекает $x^2 < A/3$, в то время как для величины $\beta$ имеется ограничение $\beta \leq \beta_{кр} = (A^2/3)(a^2/R^2)$. Для конфигурации, рассмотренной в [1], $\Gamma = \sqrt{2}R/z_1 \approx 1$, $A \approx 5/2$.

Ограничения, вытекающие из требования существования равновесия, а также устойчивости относительно спирального извивания плазменного витка, являются более мягкими, чем рассмотренные выше, и поэтому здесь не дискутируются.

Поступила в редакцию
26 июля 1972 г.

## Литература


[1] Л.А.Арцимович, В.Д.Шафранов. Письма в ЖЭТФ, 15, 72, 1972.

[2] C.Mercier. Int. Conf. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. (Salzburg) p. 95, 1961.

[3] Л.С.Соловьев. ЖЭТФ, 53, 626, 1967.

[4] Л.С.Соловьев. ЖЭТФ, 53, 2063, 1967.

[5] Л.С.Соловьев. АЭ, 30, 14, 1971.

[6] A.Ware, F.Haas. Phys. Fluids, 9, 956, 1965.