

ВКЛАД НУКЛОН-ТРИТИЕВОГО КАНАЛА В 0^+ СОСТОЯНИЕ 4-х ЧАСТИЦ

И. М. Народецкий, В. Н. Ляховицкий, Е. С. Гальперн

В настоящей статье обсуждается кластерное приближение (СА) " $4 = 3 + 1$ " в интегральных уравнениях для 4-х частиц. Мы рассмотрели вариант интегральных уравнений, предложенный в работе [1], которые для 4-х частиц с точностью до свободных членов совпадают с уравнениями типа Омнеса [2]. Для дискретного спектра эти уравнения, записанные для компонент формфактора $F = G_0 \Psi$, имеют вид:

$$\lambda F^{\alpha\sigma} = \tilde{T}_\alpha^{\sigma} G_0 \sum_{\beta \neq \alpha, \beta \supset \sigma} F^{\beta b}, \quad (1)$$

где $\alpha, b = (ijk)(l), (ij)(kl)$ - различные разбиения 4-х частиц на две группы, $\alpha \in \alpha, \beta \in b$ - пары частиц, входящие в одну группу разбиения α или b . В формуле (1) $\lambda = \lambda(z)$ (z - параметр энергии) - собственное значение (СЗ), G_0 - свободная функция Грина, $\tilde{T}_\alpha^{\sigma} = \sum_{\beta \in \alpha} W_\alpha^{\sigma\beta}$ - сумма связанных амплитуд для подсистем 3×1 и 2×2 . СА " $4 = 3 + 1$ " будем называть приближенные уравнения, которые получаются, если положить амплитуды, отвечающие разбиению " $4 = 2 + 2$ " равными нулю: $F^{\alpha\sigma} = \tilde{T}_\alpha^{\sigma} = 0$ для $\alpha = (ij)(kl)$. В этом приближении мы пренебрегаем особенностями ядер, связанными с порогом развала на два дейтона; поэтому волновая функция не содержит в асимпто-

тике членов, отвечающих $d - \dot{d}$ каналу¹⁾. Вводя для каждой функции $F^{\alpha\sigma}$ [$\sigma = (ijk) (\ell)$] свои координаты Якоби, (см. [1], формула (33)), получим для $F(z) \equiv F(k, p, q | z)$ следующее уравнение:

$$\lambda F = \left(\frac{3}{2\sqrt{2}} \right)^3 \int [W(1) + W(2) + W(3)] \Delta^{-1} [F(2) + F(3)] d^3 k' d^3 q', \quad (2)$$

где $W = W^{(1)} + 2W^{(2)}$ (индексы 1, 2 относятся соответственно к диагональным ($\alpha = \beta$) и недиагональным ($\alpha \neq \beta$) амплитудам),

$$W(n) = W(k, p; \Lambda_n [k'; Q_1] | z - \frac{q^2}{2m}) \quad (n = 1, 2, 3),$$

$$F(n) = F(\Lambda_n [k', Q_2], q' | z) \quad (n = 2, 3),$$

$$\Delta = z - \frac{k'^2}{2m} - \frac{Q_1^2}{2m} - \frac{q^2}{2m} = z - \frac{k'^2}{2m} - \frac{Q_2^2}{2m} - \frac{q'^2}{2m}; \quad (3)$$

$$Q_1 = \frac{q + 3q'}{2\sqrt{2}}, \quad Q_2 = \frac{q' + 3q}{2\sqrt{2}}.$$

Матрицы Λ_n в (3) действуют на столбец $(\overline{\mathcal{P}}/k)$ ($\overline{\mathcal{P}} = Q_1, Q_2$); в базисе (123) матрицы $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$ отвечают перестановкам P_{12}, P_{13}, P_{23} соответственно. Для тождественных частиц W и F в (2) четны при замене $k \Rightarrow -k$. Поэтому матрицу Λ_1 в (2) можно заменить на единичную матрицу.

Легко получить обобщение уравнения (2) с учетом спин изоспиновых (ST) переменных. Рассмотрим уравнения для состояния с $S = T = 0$. Ограничиваясь четными потенциалами, можно разложить $F^{\alpha\sigma}$ в (1) по двум ST функциям, которые характеризуются значениями ST выделенной пары α : s_α, i_α , а также выделенной тройки частиц $\sigma_\alpha, \tau_\alpha$. Коэффициенты в этом разложении обозначим F_i , где $i = 0, 1$ — значение изоспина i_α , значение s_α однозначно определяется из условия $i_\alpha + s_\alpha = 1$. Аналогично, амплитуды W_α^β в (1) можно представить в виде проекционных операторов с собственными значениями $W_{ij}^{(1,2)}$, где i, j — изоспин пар α и β . В результате получим

$$\begin{aligned} \lambda F_i = & \left(\frac{3}{2\sqrt{2}} \right)^3 \int d^3 k' d^3 q' \left\{ \left[\frac{1}{4} W_{i_0}^s + \frac{3}{4} W_{i_1}^s \right] [F_0(2) + F_0(3)] + \right. \\ & + \left[\frac{3}{4} W_{i_0}^s + \frac{1}{4} W_{i_1}^s \right] [F_1(2) + F_1(3)] + \frac{3}{4} [W_{i_0}(2) - W_{i_1}(2)] [F_0(3) - \\ & - F_1(3)] + \frac{3}{4} [W_{i_0}(3) - W_{i_1}(3)] [F_0(2) - F_1(2)] \left. \right\} \Delta^{-1}, \quad (4) \end{aligned}$$

¹⁾ Класс графиков, который суммируется в рамках данного СА, определяется также уравнением, в котором это приближение производится. Так, например, в СА "4 = 3 + 1" классы графиков, суммируемых в (1) и в уравнениях Якубовского [3], различаются.

где

$$W_{ij}^s = W_{ij}(1) + W_{ij}(2) + W_{ij}(3), \quad W_{ij} = W_{ij}^{(1)} + 2W_{ij}^{(2)}.$$

Уравнения (4) представляют систему многомерных интегральных уравнений. Использование сепарабельного разложения для амплитуд позволяет получить систему одномерных интегральных уравнений. Мы рассмотрели способ сепарабелизации амплитуд W_{ij} , основанный на разложении типа Гильберта – Шмидта (GS) [4 – 6]. Первый член в этом разложении содержит вклад полюса, связанного с $4 = 3 + 1$ порогом, а также часть вклада двух и трехчастичных разрезов. Учет остальных членов отвечает дополнению приближенного выражения для W_{ij} до унитарного и, как мы увидим ниже, дает малую поправку в задаче дискретного спектра 4-х частиц.

GS – разложение для трехчастичных амплитуд было рассмотрено в работе [7] (см. также [8]). Для сепарабельного потенциала $v_i(k, k') = -\frac{\lambda_i}{2m} g_i(k) g_i(k')$ разложение для амплитуд W_{ij} имеет вид

$$W_{ij}(k, p; k', p' | z) = -\frac{1}{4\pi} \sum_m \frac{\eta_m(z)}{1 - \eta_m(z)} w_{im}(k, p | z) w_{im}(k', p' | z), \quad (5)$$

$$\text{где } w_{im}(k, p | z) = \sqrt{\frac{\lambda_i}{2m}} g_i(k) w_{im}(p | z) d_i^{-1} \left(z - \frac{p^2}{2m} \right),$$

$\eta_m(z)$ – СЗ, $w_{im}(p | z)$ – собственные функции (СФ), определенные формулами [7] [формулы (16), (19)]. Подставив в (4) разложение¹⁾

$$F_i(k, p, q | z) = \sum_m w_{im}(k, p | z - \frac{q^2}{2m}) c_m(q | z) \quad (6)$$

получим систему одномерных интегральных уравнений для функций c_m . Ядро этих уравнений определяется четырехкратным интегралом $\int dx \int d^3k$. Такое представление ядра является весьма неудобным при решении интегральных уравнений, поэтому при вычислениях мы использовали разложение СФ в ряд по К-гармоникам [9], (см. [7] раздел 4). Используя это разложение, можно аналитически выполнить интегрирование по $\int d\Omega_k$ и представить ядро в виде суммы двукратных интегралов. Подробные выкладки содержатся в препринте ИТЭФ.

При вычислениях мы использовали сепарабельную модель Ямагучи, отвечающую низкоэнергетическим параметрам NN-рассеяния $\sigma_p = 5,372 \phi$, $\sigma_s = -22,827 \phi$, $r_{ot} = 1,715 \phi$, $r_{os} = 2,704 \phi$. СЗ $\eta_m(z)$

¹⁾ Мы учли вклад в состояние 0^+ только амплитуд W_{ij} с $L = 0$. Поэтому функция F_i в (6) зависит только от модулей векторов k, p, q .

разбиваются на два класса, один из которых содержит $C3 \eta_m^{(+)}(z) > 0$, а другой $C3 \eta_m^{(-)}(z) < 0$. Трехчастичная система имеет одно связанное состояние: $\eta_1^{(+)}(z_0) = 1$, $z_0 = -11,03 \text{ Мэв}$. Результаты расчетов¹⁾ для 0^+ состояния 4-х частиц указывают на весьма быструю сходимость GS-разложения, как численного метода в задаче 4-х частиц. Так первый GS-член позволяет вычислить $C3 \lambda_1(z)$ с точностью $\approx 0,1 \pm 1,5\%$ в интервале $11,03 \text{ Мэв} \leq -z \leq 45 \text{ Мэв}$ (погрешность увеличивается с ростом $-z$). Значение энергии основного состояния z_α получается при этом с точностью $\approx 1,5\%$ (см. таблицу). Точность вычисления $\lambda_2(z)$ и, следовательно, возможных возбужденных состояний несколько хуже и варьируется от 5% на пороге до 50% при $z = -45 \text{ Мэв}$.

Энергия связи основного состояния

Число уравнений	Число учитываемых $\eta_m^{(+)}$	Число учитываемых $\eta_m^{(-)}$	z_α	РА	z_α
1	1	0	39,061	$K_{max} = 0$	39,700
3	2	2	39,645	$K_{max} = 2$	37,250
5	3	2	39,647	—	—

Возбужденное 0^+ состояние в наших расчетах появилось как связанное состояние, лежащее почти в точности на пороге развала " $4 = 3 + 1$ ", возможно, что при учете K -гармоник с $K_{max} > 2$ это состояние " $4 = 3 + 1$ " исчезнет, но $\lambda_2(z_0)$ останется весьма близким к единице. В таблице указаны также результаты расчетов в полюсном приближении (РА), которое хорошо работает при расчете $\lambda_1(z)$ (с ошибкой $\approx 1,3\%$ при $z = z_0$ и $\approx 10\%$ при $z = -45 \text{ Мэв}$, погрешность в $z_\alpha \approx 7\%$) и гораздо хуже для $\lambda_2(z)$ (здесь поправки $\sim 50\%$). Возбужденный уровень в РА не появляется.

Авторы признательны Ю.А.Симонову за обсуждения.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
4 сентября 1972 г.

Литература

- [1] И.М.Народецкий, О.А.Якубовский. ЯФ, 14, 315, 1971.
- [2] R.Omnes. Phys. Rev., 165, 1265, 1968.
- [3] О.А.Якубовский. ЯФ, 5, 1312, 1967.
- [4] S.Weinberg. Phys. Rev., 131, 440, 1963.

¹⁾ При вычислениях учтены только гармоники с $K_{max} = 2$. Расчеты с $K_{max} > 2$ будут опубликованы отдельно.

- [5] L.D.Faddeev. Proc. of the Fifth. Intern. Conf on the Physics of Electronic and Atomic Collisions (ed S.H.Branscomb), Boulder, Colorado, 1968. p.145.
- [6] И.М.Народецкий. ЯФ, 9, 1086, 1969.
- [7] И.М.Народецкий, Е.С.Гальперн, В.Н.Ляховицкий. ЯФ, 16, 707, 1972.
- [8] Е.С.Гальперн, В.Н.Ляховицкий, И.М.Народецкий. Письма в ЖЭТФ, 15, 544, 1972.
- [9] Ю.А.Симонов. ЯФ, 3, 630, 1966.
-