Письма в ЖЭТФ, том 16, вып. 8, стр. 484 – 487   20 октября 1972 г.

ОБ ЭФФЕКТЕ ШУБНИКОВА – ДЕ ГААЗА В ТОНКИХ ПРОВОДНИКАХ

В. Г. Песчанский, В. В. Синолицкий

В квазиклассической области магнитных полей, когда расстояние между квантованными уровнями энергии электронов проводимости $\hbar\Omega$ много меньше энергии Ферми ϵ_0, но больше их ширины $\hbar/\tau$, сопротивление ρ массивных проводников осциллирует с обратной величиной магнитного поля и по периодам осцилляций можно определить экстремальные площади сечений поверхности Ферми [1, 2]. В достаточно тонких пластинах и проволоках электронная орбита, соответствующая максимальной площади сечения S_{max} поверхности Ферми, может не поместиться в поперечном сечении проводника, и при значениях магнитного поля H, при котором диаметр такой орбиты равен толщине проводника d, т. е.

$$\frac{c D_p}{eH} = d, \qquad (1)$$

осцилляции Шубникова – де Гааза с периодом $\Delta(1/H) = 2\pi\hbar e / c S_{max}$ должны исчезать, аналогично отсеканию частот циклотронного резонанса [3]. Здесь e – заряд электрона, Ω – частота его обращения в магнитном поле, τ – время свободного пробега, $\hbar$ – постоянная Планка, c – скорость света, D_p – диаметр сечения поверхности Ферми.

Как и в случае циклотронного резонанса, когда взамен отсеченной появляется новая резонансная частота, зависящая от толщины образца [4], при $H < (cD_p/ed)$ следует ожидать появления новой осцилляционной зависимости сопротивления, от величины магнитного поля и толщины проводника. Период этих осцилляций связан с характеристиками электронов, которые не сталкиваются с границей образца и для которых площадь сечения поверхности Ферми является наибольшей. Поскольку диаметр орбиты таких электронов удовлетворяет соотношению (1), то по периодам осцилляций $\rho(H)$ при различных значениях d можно найти связь между площадью $S(\epsilon_0, p_z)$ и диаметром $D(p_z)$ сечения поверхности Ферми для любых значений проекции импульса электрона p_z на направление магнитного поля.

Характер отражения носителей заряда границей образца оказывается безразличным для этого осцилляционного эффекта. Ниже мы будем считать, что при столкновении с поверхностью проводника электроны рассеиваются диффузно и вклад их в плотность электрического тока

$$\mathbf{j} = \mathrm{Sp}\, e\, \hat{\mathbf{v}}\, \hat{f} \qquad (2)$$

достаточно учесть классическим путем с использованием кинетического уравнения Больцмана для функции распределения носителей заряда (см., например, [5]). Для электронов, не сталкивающихся с поверхностью образца, необходимо в линейном приближении по слабому электрическому полю $\mathbf{E}$ решить квантовое кинетическое уравнение для матрицы плотности $\hat{f} = \hat{f}_0 + \hat{f}_1$:

$$\frac{i}{\hbar}[\hat{\epsilon}_0, \hat{f}_1] + \hat{W}\hat{f} = \frac{i}{\hbar}[e\mathbf{E}\hat{\mathbf{r}}, \hat{f}_0], \qquad (3)$$

где $\hat{\epsilon}_0$, $\hat{f}_0$ – оператор Гамильтона и матрица плотности электронов проводимости в отсутствие электрического поля, $\hat{\mathbf{v}}$ и $\hat{\mathbf{r}}$ – операторы скорости и координат электронов.

Если закон дисперсии носителей заряда $\epsilon = \epsilon(\mathbf{p})$ анизотропен, то даже при $\mathbf{j} \parallel \mathbf{H}$ может быть отличной от нуля составляющая электрического поля в плоскости поперечного сечения образца, которую следует найти из условия электронейтральности проводника:

$$\mathrm{Sp}\, e\hat{f}_1 = 0. \qquad (4)$$

В квантовом аналоге интеграла столкновений $\hat{W}\hat{f}$ при этом необходимо учитывать слагаемые, пропорциональные E, как и при исследовании поперечных гальваномагнитных эффектов [6, 7]. Предполагая, что рассеяние электронов внутри проводника является упругим[1], можно по аналогии с работой Косевича и Андреева [7] получить явное выражение для оператора $\hat{W}\hat{f}$ и методом последовательных приближений по малому параметру $1/\Omega\tau \ll 1$ решить уравнение (3).

Дальнейшее вычисление сопротивления тонких пластин и проволок в магнитном поле, параллельном их поверхности не вызывает затруднений. Воспользовавшись формулой Пуассона и правилом квантования площадей

$$S(\epsilon, p_z) = 2\pi\hbar(n+\gamma)eH/c, \qquad 0 \leq \gamma < 1,$$

суммирование в формуле (2) по целым неотрицательным n можно заменить интегрированием по энергии ϵ. Малые квантовые поправки в плотности электрического тока вычисляются с помощью метода стационарной фазы. Если площадь сечения поверхности Ферми $S(\epsilon_0, p_z)$ для электронов, орбиты которых не касаются границ проводника, является монотонной функцией p_z, то квантовая добавка к сопротивлению $\rho(H, d)$ определяется лишь небольшой окрестностью вблизи опорной точки поверхности Ферми и вблизи значений p_z, удовлетворяющих уравнению (1). Вклад последних носит осцилляционный характер.

Опуская промежуточные вычисления, приведем окончательные результаты для осциллирующей части продольного сопротивления пластин

$$\frac{\Delta\rho_{\text{осц}}}{\rho_0} \approx \frac{\lambda^2 \ell}{d^3}\left(1+\frac{\ell d}{r^2}\right)^{-2} \ln\frac{\ell}{d}\cos\left(a\frac{eHd^2}{c\hbar} - 2\pi\gamma\right) \tag{5}$$

и проволок

$$\frac{\Delta\rho_{\text{осц}}}{\rho_0} \approx \frac{\lambda^3 r\ell}{d^5}\left(1+\frac{\ell d}{r^2}\right)^{-2} \sin\left(a\frac{eHd^2}{c\hbar} - 2\pi\gamma\right), \tag{6}$$

а также поперечного сопротивления пластин, когда магнитное поле перпендикулярно току, но расположено в плоскости пластины

$$\frac{\Delta\rho_{\text{осц}}}{\rho_0} \approx \frac{\lambda r}{\ell d}\ln\frac{\ell}{d}\cos\left(a\frac{eHd^2}{c\hbar} - 2\pi\gamma\right); \tag{7}$$

$$\rho_0 \equiv \rho(0, d); \quad \lambda \equiv \hbar/D_p^{max}; \quad r \equiv cD_p^{max}/eH; \quad d < r \ll \ell.$$

Экспериментальное исследование этих осцилляций позволяет определить безразмерный множитель a, связывающий площадь сечения

[1] Кнудсеновский случай (длина свободного пробега электронов $\ell = v\tau$ много больше толщины образца) реализуем лишь при низких температурах, когда электроны рассеиваются в основном на примесях.

поверхности Ферми и квадрат его диаметра

$$S(\epsilon_0, p_z) = aD^2(p_z),$$

для тех значений p_z, которые являются корнями уравнения $D(p_z) = eHd/c$, т. е. соотношения (1). Поскольку a зависит от величины Hd (лишь для изотропного закона дисперсии $a = \pi/4$ при любом p_z), то целесообразно построить семейство кривых $\rho_{\text{осц}}(d)$ при $Hd = \text{const}$ и с их помощью получить детальную информацию о неэкстремальных сечениях поверхности Ферми.

Приведенные выше формулы справедливы лишь для монокристаллических образцов. Для поликристаллических проводников, толщина которых порядка размеров кристаллита, амплитуда осцилляций оказывается меньше, чем в формулах (5) – (7), из-за усреднения по случайным ориентациям кристаллитов, а период осцилляций определяется площадью сечения поверхности Ферми, наиболее удаленного от опорной точки и диаметр которого удовлетворяет соотношению (1). Если форма исследуемых образцов не строго цилиндрична (пластина с переменной толщиной либо проволоки с переменным поперечным сечением), то в соотношении (1) следует d заменить на d_{max}.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
15 сентября 1972 г.

Литература

[1] L.W.Schubnikov, W. de Haas. Leid. Comm., 207, 210, 1930.

[2] И.М.Лифшиц, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 33, 88, 1957.

[3] М.С.Хайкин. ЖЭТФ, 41, 1773, 1961.

[4] М.А.Лурье, В.Г.Песчанский. Тезисы докладов XVII Всесоюзного совещания по физике низких температур, Донецк, 1972.

[5] В.Г.Песчанский, М.Я.Азбель. ЖЭТФ, 55, 1980, 1969.

[6] E.N.Adams, T.D.Holstein. J. Phys. Chem. Solids, 10, 254, 1959.

[7] А.М.Косевич, В.В.Андреев. ЖЭТФ, 38, 882, 1960.