Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 1, стр. 46 – 49 *5 июля 1973 г.*

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ "МОДИФИЦИРОВАННОЙ" РАСПАДНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Б. А. Альтеркоп, А. С. Волокитин, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко

Получено выражение для потока тепла в плазме, в которой длина свободного пробега электронов больше характерного масштаба неоднородности, используя которое выведена формула для температуры электронов в плазменной короне, в зависимости от мощности лазера.

Мы исследуем нелинейную стадию "модифицированного" распада [1] ленгмюровской волны на ленгмюровский сателлит и низкочастотное (НЧ) возмущение звукового типа, когда инкремент неустойчивости существенно превышает частоту звука и происходит апериодический рост возмущения со временем.

Рассматриваемый нами механизм нелинейности состоит в реакции волны накачки на рост возмущений. При обычном распаде такой механизм приводит к установлению равновесного состояния, в котором энергия волновых движений перекачивается, в основном, между высокочастотными модами (энергия в звуковой волне мала в отношении ω_s/ω_L) [2]. Мы покажем, что в случае апериодической неустойчивости такое осциллирующее равновесие не устанавливается, и амплитуда НЧ возмущения возрастает до существенно большей величины, при которой происходит значительная модуляция плотности плазмы. В этих условиях становится возможным необратимый процесс диссипации энергии волны накачки и нагрев электронов и ионов.

Система уравнений, описывающая "модифицированный" распад ленгмюровской волны, записывается в виде: [1]

$$\frac{d}{d\tau}(C_0 e^{i\alpha_0}) = -i C_1 S e^{i(\alpha_1 - \Delta_1 \tau - \phi)}, \tag{1}$$

[1] Безразмерные уравнения (1) – (3), очевидно, описывают "модифицированный" распад волны накачки произвольной природы, в частности, электромагнитной волны.

$$\frac{d}{d\tau}(C_1 e^{i\alpha_1}) = -iC_0 S e^{i(\alpha_0 + \Delta_1 \tau + \phi)}, \tag{2}$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2}(S e^{i\phi}) + \Gamma S e^{i\phi} = -C_0 C_1 e^{i(\alpha_1 - \alpha_0 - \Delta_1 \tau)}. \tag{3}$$

В этих уравнениях использованы безразмерные переменные:

$$C_i = \frac{E_i(t)}{E_0(t=0)}, \quad S = \frac{n_s(t)}{2n_0 \Lambda}, \quad \tau = \frac{1}{2}\omega_0 \Lambda t, \tag{4}$$

где параметры $\Lambda = (m_e/m_i)^{1/3}(v_E/v_ф)^{2/3}$, $\Gamma = (2\omega_s/\omega_0\Lambda)^2$, $v_E = \dfrac{eE_0(t=0)}{m_e\omega_0}$ – скорость электронов в ленгмюровской волне, $v_ф = \omega_0/k_0$, $E_i(t)$, $\alpha_i(t)$ – амплитуда и фаза ленгмюровских волн ($i = 0, 1$): $E_i(t, z) = \frac{1}{2}E_i(t) e^{i(k_i z - \omega_i t + \alpha_i(t))}$ + к. с., частота $\omega_i = (\omega_L^2 + 3k_i^2 v_T^2)^{1/2}$, "расстройка" $\Delta_i = \dfrac{\omega_i^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 \Lambda}$; $n_s(t)$ – амплитуда квазинейтрального возмущения плотности в низкочастотной моде: $n_s(t,z) = \frac{1}{2}n_s(t) e^{i(kz + \phi(t))}$ + к.с.

Мы пренебрегли возбуждением ленгмюровского сателлита с волновым числом $k_{-1} = k_0 - k$, полагая, что "расстройка" Δ_{-1} достаточно велика. В приближении заданной волны накачки, полагая $S e^{i\phi} \sim e^{i\nu\tau}$, имеем из (2), (3) дисперсионное уравнение линейной теории

$$(\nu - \Delta_1)(\nu^2 - \Gamma) = 1. \tag{5}$$

Это уравнение описывает непрерывный переход при уменьшении Γ от параметрического возбуждения ионного звука, исследованного в [3], к "модифицированному" распаду, условие возникновения которого $\Gamma << 1$, т. е. $\dfrac{v_E^2}{v_T^2} >> \left(\dfrac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \dfrac{v_T}{v_ф}$. При $\Gamma \to 0$ неустойчивость развивается при всех $\Delta_1 > -\dfrac{3}{2^{2/3}}$.

Уравнения (1) – (3) имеют интеграл энергии

$$H = (\dot{S})^2 + S^2(\dot{\phi})^2 + \Gamma S^2 + \omega_0 C_0^2 + \omega_1 C_1^2 + 2SC_0 C_1 \cos(\alpha_0 - \alpha_1 + \phi + \Lambda_1 \tau), \tag{6}$$

где первые три слагаемых – энергия НЧ возмущения, следующие два – энергия ленгмюровских волн и последнее слагаемое – энергия взаимодействия. Также имеются интегралы, аналогичные соотношениям Мэнли – Роу [2]:

$$C_0^2 + C_1^2 = \text{const}, \quad 2S^2\dot{\phi} - C_1^2 = \text{const}. \tag{7}$$

Аналитическое решение нелинейной задачи может быть получено при $\Delta_1 >> 1$. В этом случае, согласно (5), имеет место апериодическая неустойчивость с инкрементом $\mathrm{Im}\,\nu \sim \frac{1}{\sqrt{\Delta_1}} << \Delta_1$ и соответственно этому амплитуда ленгмюровского возмущения изменяется со временем существенно медленнее, чем фаза. Это позволяет проинтегрировать уравнения (1), (2) и получить следующие соотношения для амплитуд и фаз ленгмюровских волн:

$$a_0 - a_1 + \phi + \Delta_1 \tau = \pi, \quad \dot{a}_0 \dot{a}_1 = S^2, \quad C_1 = \frac{S C_0}{\dot{a}_1}, \quad C_0^2\left(1 + \frac{S^2}{\dot{a}_1^2}\right) = 1. \tag{8}$$

Для амплитуды НЧ возмущения, используя (7) – (8) и интегрируя по τ, имеем следующее уравнение:

$$\left(\frac{dS}{d\tau}\right)^2 = \left(\frac{dS_0}{d\tau}\right)^2 + \sqrt{\frac{\Delta_1^2}{4} + S^2} - \sqrt{\frac{\Delta_1^2}{4} + S_0^2} - \Gamma(S^2 - S_0^2), \tag{9}$$

где мы использовали обозначения $S_0 = S(\tau = 0)$, $dS_0/d\tau = dS/d\tau(\tau = 0)$. При $\Gamma \to 0$, определяемая из этого уравнения функция $S(\tau)$, неограниченно нарастает со временем: $S \approx \tau^2/4$ при $S >> 1$. Учет в уравнении слагаемого $\sim\Gamma$ приводит к возникновению периодического решения с периодом

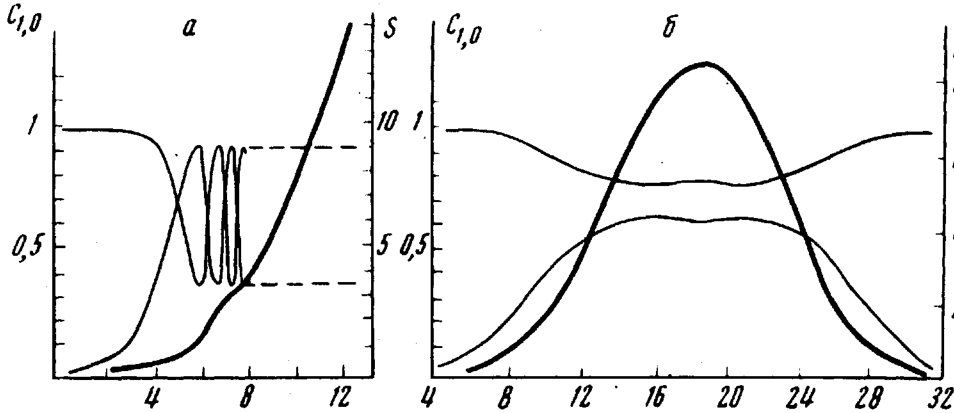
$$\tau_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\Gamma}} + 2\sqrt{\Delta_1}\, K\left(1 - \frac{|a|}{\Delta_1}\right), \quad a = \frac{S_0^2}{\Delta_1} - \left(\frac{dS_0}{d\tau}\right)^2$$

($K(\kappa)$ полный эллиптический интеграл 1-го рода), в котором S изменяется от минимального значения $S_{min} \approx \sqrt{a\Delta_1}$ ($S_{min} = 0$ при $a < 0$) до максимального значения $S_{max} \approx 1/\Gamma$, соответствующего возмущению плотности в низкочастотной моде $n_{S\,max} = n_0 \frac{v_E^2}{2v_T^2}$. Максимальное значение энергии, передаваемой ионам, также оказывается весьма значительным:

$$W_{i\,max} = n_0 \frac{m_i v_{i\,max}^2}{2} \approx n_0 m_e v_E^2 \frac{v_E^2}{v_T^2}. \tag{10}$$

Решение исходных уравнений (1) – (3) при произвольных значениях "расстройки" Δ_1, может быть получено с помощью численных методов. При $\Delta_1 \gtrsim 3$ получаемое таким путем решение с большой степенью точности совпадает с аналитическим; для примера на рис. 1, *б* приведен результат численного интегрирования уравнений (1) – (3) при $\Gamma = 0{,}1$, $\Delta_1 = 3$. В случае $\Gamma = 0$ неограниченный рост S со временем сохраняется при всех $\Delta_1 \geqslant 0$ (см. рис. 1, *а* для которого $\Gamma = 0$, $\Delta_1 = 0$).

Проведенное нами рассмотрение справедливо при условии $v_E^2 << v_T^2$. Увеличение амплитуды волны накачки до значений, при которых параметр $\frac{v_E}{v_T} \gtrsim 1$, приводит к необходимости учета в исходных уравнениях электронной нелинейности. Качественно ситуация в этом выглядит следующим образом: в результате роста амплитуды низкочастотной волны при $S \sim 1/\Lambda$ происходит опрокидывание фронта волны и пересечение траекторий частиц. Решение становится необратимым, и энергия волны накачки диссипируется в электроны и ионы.



Полученные в настоящей работе особенности нелинейного решения, описывающего "модифицированный" распад, сохраняются и в случае четырехволновой параметрической неустойчивости ($i = 0{,}1 - 1$) [1, 4], которую мы рассмотрим отдельно.

Авторы благодарны Р.З.Сагдееву за ценные советы, И.П.Панченко, и Т.М.Буринской за помощь в вычислениях.

Поступила в редакцию
24 апреля 1973 г.
После переработки
24 мая 1973 г.

Литература

[1] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев. Nucl. Fusion, 13, вып. 4, 1973.

[2] Н.Бломберген. Нелинейная оптика, М., Мир, 1966.

[3] В.Н.Ораевский, Р.З.Сагдеев. ЖТФ, 31, 1291, 1962.

[4] Н.Е.Андреев, А.Ю.Кирий, В.П.Силин. ЖЭТФ, 57, 1024, 1969.