Письма в ЖЭТФ, том 18, вып.2, стр. 122 – 126 20 июля 1973 г.

РАССЛОЕНИЕ ТОКА ИЛИ ПОЛЯ В СИСТЕМАХ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Б. С. Кернер, В. В. Осипов

Показано, что в системах, свойства которых зависят от двух параметров, обладающих разной пространственной дисперсией, может возникать неустойчивость тока или поля относительно флуктуаций с $k \neq 0$ при положительном дифференциальном сопротивлении, т. е. даже при однозначной вольт-амперной характеристике системы

Однородное распределение тока или поля в системах с отрицательным дифференциальным сопротивлением является неустойчивым [1,2]. В данном сообщении показано, что пространственная неустойчивость – расслоение тока (поля) может возникать в системах с положительным дифференциальным сопротивлением. Последняя ситуация при определенных условиях реализуется в системах, вольт-амперная характеристика которых зависит от двух (или более) параметров $I = f(x, y, V)$, обладающих разной пространственной дисперсией.

Действительно, пусть параметры x и y удовлетворяют уравнениям вида[1)]

$$\tau_1 \frac{\partial x}{\partial t} = L^2 \vec{\Delta} x - Q(x, y, V), \quad \tau_2 \frac{\partial y}{\partial t} = \ell^2 \vec{\Delta} y - q(x, y, V). \quad (1)$$

Дифференциальное сопротивление такой системы есть

$$\sigma_g = R_g^{-1} = f'_v + f'_x \frac{(Q'_y q'_v - q'_y Q'_v)}{(Q'_x q'_y - Q'_y q'_x)} + f'_y \frac{(Q'_x q'_x - q'_v Q'_x)}{(Q'_x q'_y - Q'_y q'_x)}, \quad (2)$$

где знаком штрих обозначены соответствующие частные производные $\left(Q'_x = \frac{\partial}{\partial x} Q\right)$. Линеаризуя уравнения (1) при $V = \mathrm{const}$[2)] относительно возмущений вида $\Delta a = \Delta a_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{kr})$ получим дисперсионное уравнение

$$\tau_1 \tau_2 (i\omega)^2 - i\omega [\tau_1 (q'_y + \ell^2 k^2) + \tau_2 (Q'_x + L^2 k^2)] - q'_x Q'_y + (Q'_x + L^2 k^2) \times$$

$$\times (q'_y + \ell^2 k^2) = 0, \quad (3)$$

из которого следует, что неустойчивость имеет место ($\mathrm{Im}\,\omega < 0$), если выполнено одно из условий:

$$\tau_1 (q'_y + \ell^2 k^2) + \tau_2 (Q'_x + L^2 k^2) < 0, \quad (4)$$

$$L^2 \ell^2 k^4 + \ell^2 k^2 Q'_x + L^2 k^2 q'_y + Q'_x q'_y - q'_x Q'_y < 0. \quad (5)$$

Из неравенства (5) следует, что однородное распределение тока заведомо неустойчиво, если

$$Q'_x q'_y < q'_x Q'_y. \quad (6)$$

С другой стороны известно [1], что достаточным условием такой неустойчивости является наличие отрицательного дифференциального сопротивления. Это означает, что последние два слагаемые в неравенстве (5), хотя и не совпадают точно с выражением (2), определяют знак дифференциального сопротивления. Это имеет место во всех известных случаях [1 - 4], в том числе и для приводимого ниже примера. И это естественно, поскольку противное соответствовало бы следующим двум ситуациям. Если $R_g < 0$, а неравенство (6) не выполнено, то это означает, что несмотря на наличие отрицательного дифференциального сопротивления, однородное распределение тока является устойчивым.

[1)] Уравнениям такого типа удовлетворяют, например, уравнения для эффективной температуры горячих электронов [1] и фононов [3] и для распределения потенциалов на p-n-переходах [2] для систем, в которых имеет место шнурование тока.

[2)] Неоднородные возмущения не меняют полного тока в цепи, а, следовательно, и напряжения на образце [1,2].

Это противоречит выводам работ [1-4]. Если же, несмотря на выполнение условия (6), $R_g > 0$, то это соответствует интересующей нас ситуации неустойчивости однородного распределения тока при положительном дифференциальном сопротивлении системы. Последнее имеет место, когда числитель выражения (2) проходит через нуль одновременно со знаменателем. Однако конкретный пример системы, в которой эта ситуация реализуется, мы привести не можем.

Обсудим теперь условия выполнения неравенств (4) и (5) при $k \to 0$. В том случае, когда $q'_x Q'_y < 0$, условие (4) может быть выполнено и при $R_g > 0$. Такая ситуация реализуется, например, когда $\tau_1 >> \tau_2$, а q'_y становится меньше нуля при некотором напряжении на образце, что соответствует наличию "скрытого" отрицательного дифференциального сопротивления по одному из параметров – y. Выполнение неравенства (4) означает, что на определенной частоте динамическое сопротивление системы становится отрицательным. Неустойчивость такого рода в однородных полупроводниках рассмотрена в работе [4]. (Заметим, что в нашем случае такая неустойчивость развивается относительно длинноволновых флуктуаций в отличие от сносовой неустойчивости [4]).

Основным результатом данной работы является вывод о том, что при положительном как статическом, так и динамическом дифференциальном сопротивлении, т. е. когда неравенства (4) и (5) не выполнены при $k = 0$, может возникать апериодическая неустойчивость при $k > 0$. Действительно, как следует из неравенства (5) устойчивость однородного распределения нарушается, когда

$$q'_y = -\left[\left(\frac{\ell}{L}\right)^2 Q'_x + 2\left(\frac{\ell}{L}\right)(Q'_x q'_y - q'_x Q'_y)^{1/2}\right] \text{ при } k_{\text{кр}} = (\ell L)^{1/2}(Q'_x q'_y - q'_x Q'_y)^{1/4}, \tag{7}$$

откуда непосредственно видно, что при $L >> \ell$ условие (7) при $q'_y < 0$ и $Q'_x > 0$ может быть выполнено, когда условия (4) и (6) не выполнены. В этом случае возникает апериодическая неустойчивость при критическом напряжении, определяемом выражением (7), только относительно определенного $k = k_{\text{кр}}$.

Физический смысл этого результата состоит в следующем. За счет разной пространственной дисперсии параметров за флуктуацией одного из них (y) с $k \approx (\ell L)^{-1/2}$ другой, более "жесткий" (x) фактически не может следить, т. е. при относительно больших k имеет место "пространственная развязка" параметров. Отсюда следует, что наличие отрицательного сопротивления по "мягкому" параметру должно приводить к расслоению тока (поля). (Флуктуации с очень большими k затухают из-за вызываемых ими больших диффузионных потоков).

Полученные условия расслоения тока при положительном дифференциальном сопротивлении могут быть выполнены как в однородных полупроводниках, так и полупроводниковых структурах. Наиболее простым и в то же время важным примером, в котором реализуется рассмотренная неустойчивость, является джоулев разогрев идеальной полупроводниковой p-n-p-структуры. Параметрами, определяющими ток такой структуры, являются напряжение на одном из p-n-переходов – V_1, и температура — T. Эти параметры удовлетворяют, соответственно, усредненным вдоль оси z, перпендикулярной плоскости p-n-переходов, уравнениям непрерывности тока в n-области [2]:

$$C\frac{\partial V_1}{\partial t} = W\sigma\,\vec{\Delta}_{\perp}V_1 - I_1(V_1, T, V) + I_2(V_1, T, V) \qquad (8)$$

и теплопроводности [5]

$$\ell_z\rho c\frac{\partial T}{\partial t} = \ell_z\kappa\,\vec{\Delta}_{\perp}T + I_1V_1 + I_2(V - V_1) - \frac{T - T_0}{\tau}\ell_z\rho c\,, \qquad (9)$$

где

$$I_1 = I_{s1}(T)\left(\exp\frac{eV_1}{kT} - 1\right) + \alpha_2 I_{s2}(T)\,,$$

$$I_2 = \alpha_1 I_{s1}(T)\left(\exp\frac{eV_1}{kT} - 1\right) + I_{s2}(T) + \sigma_R(V - V_1)$$

плотности токов через первый и второй p-n-переходы, $I_{s1}(T)$, $I_{s2}(T)$, α_1 и α_2 — токи насыщения этих переходов и соответствующие им коэффициенты усиления по току; W — толщина, а σ — проводимость n-области; σ_k — удельная проводимость обратно смещенного p-n-перехода [2]; C — удельная емкость p-n-переходов; ρ, c, κ — соответственно, плотность, теплоемкость, теплопроводность материала, ℓ_z — толщина структуры, а τ — время релаксации температуры. Как видно из уравнений (8) и (9), характерной длиной изменения потенциала является $L = \sqrt{\frac{kT_0\sigma W}{eI_s(T_0)}}$ [2], а температуры $\ell = \sqrt{\kappa\tau/\rho c}$ [5]. При реальных параметрах $L \gg \ell$, и, как легко убедиться, в рассматриваемом примере выполняются все условия, при которых имеет место расслоение тока при положительно дифференциальном сопротивлении структуры. Этот эффект наблюдается при экспериментальном исследовании теплового пробоя таких структур [6, 7].

Выражаем благодарность А.П.Леванюку за ценные дискуссии.

Московский
институт радиотехники
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
11 апреля 1973 г.
После переработки
16 мая 1973 г.

Литература

[1] А.В.Волков, Ш.М.Коган. УФН, 96, 633, 1968.

[2] И.В.Варламов, В.В.Осипов. ФТП, 3, 950, 1969.

[3] А.Н.Зайцев, А.К.Звездин, В.В.Осипов. Письма в ЖЭТФ, 11, 257, 1970; ФТП, 6, 1544, 1972.

[4] А.Ф.Волков, А.Я.Шульман. ФТТ, 11, 3161, 1969.

[5] А.И.Бараненков, В.В.Осипов. Микроэлектроника, 1, 63, 1972.

[6] H.C.Josephs. IEEE Trans. Electr. Dev., ED-13, 778, 1966.

[7] V.S.Khurana, T.Sugano, H.Yanai. IEEE Trans. Electr. Dev., ED-13, 763, 1966.