Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 3, стр. 190 – 193 *5 августа 1973 г.*

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ИНДУЦИРОВАННОГО РАССЕЯНИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

А. Г. Литвак, В. И. Петрухина, В. Ю. Трахтенгерц

Теория индуцированного рассеяния широких по частоте волновых пакетов со случайной фазой развита в настоящее время сравнительно хорошо. Однако результатами этой теории нельзя воспользоваться для объяснения многих лабораторных и ионосферных экспериментов, в которых с плазмой взаимодействует первоначально монохроматическая волна. Нередко амплитуды волн настолько велики, что реализуется гидродинамическая стадия индуцированного рассеяния, называемая также модифицированной распадной неустойчивостью, при которой $\gamma_H > \kappa v_{T\alpha}$, γ_H – инкремент индуцированного рассеяния, $\bar{\kappa} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$, $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ – волновые вектора соответственно падающей и рассеянной волн, $v_{T\alpha}$ – тепловая скорость рассеивающих частиц. В данной работе приведены некоторые результаты исследования нелинейной стадии гидродинамического рассеяния монохроматической волны.

Как уже отмечалось в [1], в рассматриваемом случае оказывается полезной аналогия с пучковой неустойчивостью колебаний в плазме. Индуцированное рассеяние обусловлено взаимодействием квадратичной по амплитуде падающей и рассеянной волн усредненной силы (биений на разностной частоте $\Omega = \omega_1 - \omega_2$) с электронами или ионами, причем на кинетической стадии за рассеяние отвечает малая группа резонансных частиц, а не гидродинамической с биением взаимодействуют все частицы плазмы. Насыщение неустойчивости, связанной с индуцированным рассеянием, может быть обусловлено двумя эффектами: фазовым перемешиванием частиц, захваченных в потенциальную яму электрического поля биений, и изменением фазовой скорости биений, приводящим к тому, что частицы попадают из тормозящей фазы поля в ускоряющую. Какая из указанных причин преобладает, определяется соотношением между максимальной частотой колебаний частиц в потенциальной яме биения, равной $\Omega^B_{max} = (\kappa^2 \Phi_{max/m})^{1/2}$ (см. соотношения (1)) и инкрементом неустойчивости γ_H. При $\Omega^B_{max} > \gamma_H$ ограничение амплитуды биения связано с фазовым перемешиванием захваченных частиц, а максимальные амплитуды рассеянной волны можно, как и в случае пучковой неустойчивости, оценить из соотношения $\Omega^B \approx \gamma_H$. Обычно этот случай реализуется при рассеянии на электронах. В случае $\Omega^B_{max} << \gamma_H$, типичном для рассеяния на ионах, основную роль играют эффекты изменения фазовой скорости биений, возникающие при модуляции плотности плазмы.

Для получения количественных соотношений рассмотрим двухмодовый режим, при котором во взаимодействии участвуют две квазисинусоидальные волны – одна из них является исходной волной, а другая соответствует, например, волне, обладающей максимальным инкрементом. Этот режим является ключевым для понимания общей картины индуцированного рассеяния монохроматической волны.

Система уравнений, описывающих нелинейное взаимодействие двух квазимонохроматических волн, связанное с эффектами индуцированного рассеяния в изотропной плазме, принимает наиболее простой вид в двух предельных случаях: при рассеянии на электронах, когда $\kappa r_{de} >> 1$ и при рассеянии на ионах – $\kappa r_{de} << 1$. Опуская подробности вывода, приведем сразу уравнения для комплексных амплитуд A_1 и A_2 взаимодействующих волн

$$\frac{dA_1}{dt} = - r a_1 A_2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi_0 \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 f_\alpha(v_0) e^{-i\psi(\psi_0, v_0)} ,$$

$$\frac{dA_2}{dt} = - i a_2 A_1 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi_0 \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 f_\alpha(v_0) e^{i\psi(\psi_0, v_0)} , \qquad (1)$$

$$\ddot{\psi} = \mathrm{Re}\left(i \frac{\kappa^2 \Phi_e}{m_\alpha} e^{i\psi} \right).$$

Здесь $a_{1,2} = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{1,2}} \left[\frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \epsilon) \right]_{1,2}^{-1}$, $\psi = \Omega t - \kappa z$, $\Phi_e = \frac{e^2 A_1 A_2^*}{2m\omega_1\omega_2}$,

ω_{pe} – электронная ленгмюровская частота, индекс α определяет сорт частиц, на которых происходит рассеяние, $f_\alpha(v_0)$ – начальная функция распределения этих частиц по скоростям.

Из первых двух уравнений системы (1) следует, в частности, закон сохранения числа квантов взаимодействующих волн. Нетрудно также получить из (1) в линейном по амплитуде A_2 приближении выражения для линейных инкрементов [1].

Система (2) принимает более удобный для анализа и интерпретации результатов вид, если ввести действительные амплитуды и фазы волн $A_{1,2} = \tilde{A}_{1,2} e^{i\phi_{1,2}}$ и перейти к следующим безразмерным переменным

$$\Phi = \frac{\tilde{A}_1 \tilde{A}_2}{N_{10}} (a_1 a_2)^{1/2}, \quad \theta = \frac{N_1 - N_2}{N_{10}}, \quad \phi = \phi_1 - \phi_2, \quad \tau = \gamma_H t, \qquad (2)$$

где число квантов определено соотношением $N_{1,2} = \frac{\tilde{A}_{1,2}^2}{\omega_{1,2}} \left[\frac{\partial(\omega^2 \epsilon)}{\omega \partial \omega} \right]_{1,2}$,

N_{10} – начальное число квантов, $\gamma_{H\alpha} = \omega_1 \left(\frac{\kappa^2 e^2 A_{10}^2 a_2}{2m_e^2 \omega_1^2 \omega_2} \frac{m_e}{m_\alpha} \right)^{1/3}$.

В результате получаем

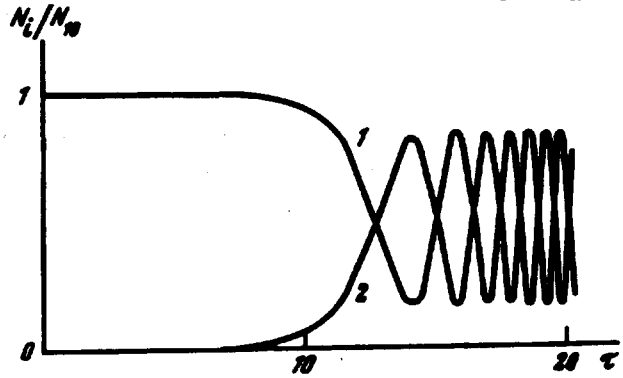
$$\dot{\Phi} = \delta_\alpha \theta I_s , \qquad \dot{\theta} = -4\delta_\alpha \Phi I_s ,$$

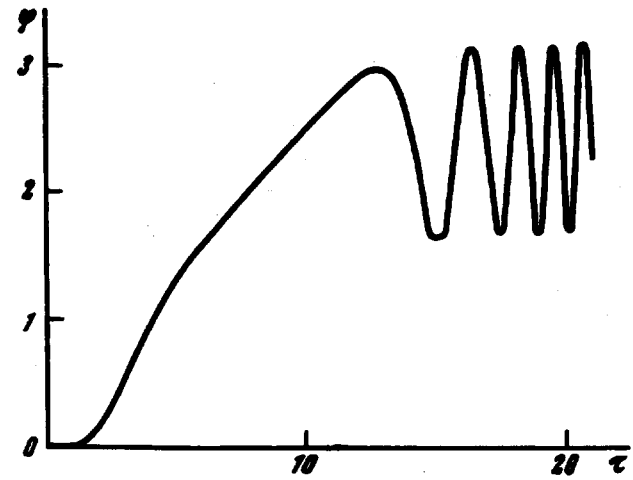
$$\Phi \dot{\phi} = \delta_\alpha \theta I_c , \qquad \ddot{\psi} = - \delta_\alpha^{-1} \sin(\psi + \phi) , \qquad (3)$$

$$I_c = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} d\psi_0 \int d v_0\, f_a(v_0)\cos[\psi(\psi_0, v_0) + \phi] ,$$

$$I_s = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} d\psi_0 \int d v_0\, f_a(v_0)\sin[\psi(\psi_0\, v_0) + \phi] .$$

Система уравнений (3) имеет универсальный вид и в гидродинамическом пределе зависит только от одного параметра $\delta_a = \omega_{pe}^2/4\gamma_H\sqrt{\omega_1\omega_2}$.





При индуцированном рассеянии электромагнитной волны на электронах, имеющем место в разреженной плазме $\kappa r_{de} \gg 1$, при условии $\gamma_H \geqslant \omega_{pe}$ коэффициент $\delta_e \ll 1$. В этом случае насыщение наступает раньше, чем успевает измениться амплитуда исходной волны и, следовательно, разность населенностей θ можно считать постоянной. При этом система (3) в точности совпадает с уравнениями, описывающими пучковую неустойчивость в одномодовом режиме [2, 3]. Максимальная амплитуда нарастающей волны, найденная с помощью численного интегрирования (3), по порядку величины совпадает с приведенной выше оценкой по частоте колебаний захваченных частиц и свидетельствует о раннем насыщении двухмодового режима. В дальнейшем должна возникнуть сателлитная неустойчивость, приводящая к быстрому расширению спектра волн, нагреву электронов и переходу неустойчивости на кинетическую стадию.

Иначе обстоит дело при рассеянии на ионах в достаточно плотной плазме, когда коэффициент $\delta_i >> 1$. Типичная зависимость квадратов амплитуд взаимодействующих волн от времени, полученная в пренебрежении тепловым разбросом ионов, приведена на рисунке. При счете параметр $\delta = 50$ и были выбраны начальные условия: $r = 0$, $\theta_0 = 1$, $\phi_0 = 0{,}01$ $f(v_0) = \delta(v_0)$. Из рисунка видно, что происходит почти полная перекачка энергии исходной волны в рассеянную волну, а далее процесс является квазипериодическим. Учет теплового движения ионов на гидродинамической стадии не меняет характера взаимодействия и свидетельствует о том, что нелинейные эффекты изменения фазовой скорости биений связаны с группировкой пролетных частиц, взаимодействующих с полем адиабатически.

Сателлитная неустойчивость, по-видимому, должна играть важную роль и при рассеянии на ионах. Однако, в отличие от плазменно-пучкового взаимодействия, эта неустойчивость при определенных условиях может привести не к турбулизации, а к генерации сфазированных пространственных гармоник исходной волны.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 31 мая 1973 г.

Литература

[1] А.Г.Литвак, В.Ю.Трахтенгерц. ЖЭТФ 60, 1702, 1971.

[2] Н.Г.Мациборко, И.Н.Онищенко, В.Д.Шапиро, В.Н.Шевченко. Plasma Physics, 14, 597, 1972.

[3] Th.O'Neil, I.H. Winfrey, I.H.Malmberg. Phys. Fluids, 14, 1204 1971.