Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 9, стр. 584 – 587 5 ноября 1973 г.

МАГНИТНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В ПРОВОДНИКАХ

И. Е. Аронов

Предсказывается новый резонансный эффект – магнитный параметрический резонанс (МПР), имеющий место в проводниках, помещенных в периодически изменяющееся со временем магнитное поле **H** и постоянное электрическое поле **E**, перпендикулярное **H**.

Рассматривается электронный газ, помещенный в переменное однородное магнитное поле **H** || OZ и постоянное электрическое поле **E**. Величина H периодически зависит от времени с частотой γ

$$H = H_0(1 + a\cos\gamma t), \quad a = \text{const}. \tag{1}$$

Магнитное поле однородно в проводнике, если глубина скин-слоя δ_γ на частоте γ много больше длины свободного пробега ℓ и толщины образца d, т. е.

$$\delta_\gamma = \left(\frac{c^2}{2\pi\sigma\gamma}\right)^{1/2} >> \ell,\ d; \qquad \sigma = \frac{Ne^2\ell}{mv}. \tag{2}$$

Здесь σ – статическая проводимость, N – концентрация, ℓ – абсолютное значение заряда, m – масса, v – скорость электронов проводимости. Кроме, того, будем считать амплитуду индуцированного электрического поля E_γ малой по сравнению с величиной постоянного электрического поля E

$$E_\gamma \sim H_0 a \frac{\gamma\delta_\gamma}{c} << E. \tag{3}$$

Хорошо известно, что в постоянном и однородном магнитном поле движение электрона в плоскости, перпендикулярной вектору $\mathbf{H}_0$, аналогично поведению линейного осциллятора с постоянной циклотронной частотой $\Omega_0 = eH_0/mc$. При этом траектория электрона описывается интегралами движения $\epsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$, где ϵ – энергия, p_z – проекция его импульса на направление магнитного поля. В случае переменного магнитного поля (1) (если пренебречь полем E_γ (3)), траектория определяется теми же сохраняющимися величинами, – в отличие от ситуации, рассмотренной в [1, 2]. Иными словами, несмотря на то, что параметр системы – циклотронная частота – изменяется со временем, она остается консервативной. Движение электрона в плоскости перпендикулярной **H**, усложняется и содержит не одну частоту Ω_0, а целый набор собственных частот $\omega_e = \Omega_0 - n\gamma$ (где n – целое число).

Как известно, максимум энергии поглощенной электронами в постоянном электрическом поле, имеет место при равенстве нулю собственной частоты, то есть при

$$\Omega_0 = n\gamma. \tag{4}$$

В металлах и полупроводниках этот резонанс "размазывается" вследствие столкновений электронов с рассеивателями. Резонанс будет наблюдаться в том случае, если частота столкновений ν является самой малой величиной

$$\nu \ll \Omega_0, \ \gamma. \tag{5}$$

Таким образом, при выполнении указанных выше условий в электронно-дырочной плазме твердого тела должен иметь место резонансный эффект, который мы будем называть магнитным параметрическим резонансом.

Средняя по времени мощность Q, поглощаемая в единице объема проводника, равна

$$Q = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \bar{\sigma}_{\mu\nu} E_\nu E_\mu^* , \tag{6}$$

здесь $\bar{\sigma}_{\mu\nu}$ – усредненный по времени тензор проводимости электронного газа. Его нетрудно найти из кинетического уравнения. При произвольном законе дисперсии тензор $\bar{\sigma}_{\mu\nu}$ имеет вид

$$\bar{\sigma}_{\mu\nu} = \frac{4\pi^2 e^2}{\gamma(2\pi\hbar)^3} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\epsilon \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}\right) \int_{p_z\,min}^{p_z\,max} dp_z\, m(\epsilon, p_z)\, v_{n\mu}^*(\epsilon, p_z)\, v_{n\nu}(\epsilon, p_z) \times \tag{7}$$

$$\times \frac{J_{i\lambda_n}(nq) J_{-i\lambda_n}(nq)}{\operatorname{sh} \pi\lambda_n};$$

где введены следующие обозначения

$$\lambda_n = \frac{\nu + in\Omega_0}{\gamma}; \quad q = a\frac{\Omega_0}{\gamma}; \quad m(\epsilon, p_z) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial S}{\partial \epsilon}; \quad \tau = \int^t dt'\,\Omega(t');$$

$$\mathrm{v} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \mathrm{p}}; \quad \mathrm{v}_{n\mu}(\epsilon, p_z) = \theta^{-1} \int_0^{\theta} d\tau\, \mathrm{v}_\mu(\epsilon, p_z, \tau)\, e^{-in\frac{\theta}{2\pi}\tau}; \quad \theta = 2\pi \frac{m(\epsilon, p_z)}{m}.$$

$f_0(\epsilon)$ – равновесная функция распределения, $S(\epsilon, p_z)$ – площадь сечения изоэнергетической поверхности $\epsilon(\mathrm{p}) = \epsilon$ плоскостью $p_z = \mathrm{const}$. Отсюда видно, что условие резонанса в общем случае имеет вид

$$p\Omega_0 = n\gamma. \tag{8}$$

Иными словами имеется p резонансных серий по n резонансов в каждой. Ясно, что количество резонансных серий в точности равно количеству неравных нулю компонент Фурье скорости электронов в данном направлении. Форма линии резонанса существенно зависит от топологии изоэнергетической поверхности. В случае квадратичного закона дисперсии она имеет лоренцовский вид; при произвольном законе дисперсии форму линии и характер особенности можно легко получить пользуясь результатами работы [3].

Приведем компоненты усредненного по времени тензора $\bar{\sigma}_{\mu\nu}$ для проводника с вырожденной статистикой в случае изотропного и квадратичного закона дисперсии

$$\bar{\sigma}_{xx} = \pi\sigma_0\left[\frac{J_{i\lambda_1}(q)J_{-i\lambda_1}(q)}{\operatorname{sh}\pi\lambda_1} + \frac{J_{i\lambda_{-1}}(q)J_{-i\lambda_{-1}}(q)}{\operatorname{sh}\pi\lambda_{-1}}\right],$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = i\pi\sigma_0\left[\frac{J_{i\lambda_1}(q)J_{-i\lambda_1}(q)}{\operatorname{sh}\pi\lambda_1} - \frac{J_{i\lambda_{-1}}(q)J_{-i\lambda_{-1}}(q)}{\operatorname{sh}\pi\lambda_{-1}}\right], \qquad (9)$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \sigma_0\frac{\gamma}{2\nu},$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = \bar{\sigma}_{yz} = 0, \quad \bar{\sigma}_{yy} = \bar{\sigma}_{xx}, \quad \bar{\sigma}_{yx} = -\bar{\sigma}_{xy}, \quad \sigma_0 = 2\frac{Ne^2}{m\gamma}.$$

Если воспользоваться известными асимптотиками функций Бесселя [4], то получим амплитуду резонанса в различных предельных случаях.

1. Основной резонанс ($n = 1$)

$$\bar{\sigma}_{xx} \sim \sigma_0\frac{\gamma}{\nu}\begin{cases} a^2, \quad a \ll 1; & (10)\\ a^{-1}(1+\sin a), \quad a \gg 1. & (11)\end{cases}$$

2. Резонанс на высоких гармониках ($n \gg 1$)

$$\bar{\sigma}_{xx} \sim \sigma_0\frac{\gamma}{\nu}\begin{cases} [na\operatorname{sh}a]^{-1}\exp[-2na(a\operatorname{ch}a - \operatorname{sh}a)], & (12)\\ \qquad \operatorname{ch}a = a^{-1}, \quad na(a\operatorname{ch}a - \operatorname{sh}a) \gg 1; & \\ n^{-2/3}, \quad na(a\operatorname{ch}a - \operatorname{sh}a) \ll 1, \quad a = 1. & (13)\end{cases}$$

Из этих формул видно, что амплитуда резонанса на высоких гармониках при $a = 1$ медленно уменьшается по мере увеличения номера n. При $a \neq 1$ (критерий см. (12) и (13)), амплитуда спадает экспоненциально с ростом номера n. Для основного резонанса ($n = 1$) наиболее интересен случай (10): он проявляется в первом порядке по a^{-1}, а амплитуда осциллирует при изменении глубины модуляции a.

Насколько нам известно МПР до сих пор экспериментально не наблюдался. Резонанс можно, по-видимому, наблюдать в висмуте в частотном интервале 10^9 *сек*$^{-1} < \gamma < 10^{12}$ *сек*$^{-1}$, при низких температурах и в магнитных полях порядка килоэрстеда.

Автор глубоко благодарен Э.А.Канеру за обсуждение результатов работы.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
9 июля 1973 г.

Литература

[1] И.М.Лифшиц, М.Я.Азбель, М.И.Каганов. Электронная теория металлов, М., изд. Наука, 1971.

[2] Э.А.Канер, В.М.Набутовский. ФТТ, 4, 685, 1962.

[3] Э.А.Канер, О.И.Любимов, И.Е.Аронов, Р.И.Шехтер. ФТП, 4, 57, 1970.

[4] Э.Копсон. Асимптотические разложения, М., изд. Мир. 1966.