Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 9, стр. 587 – 590 5 ноября 1973 г.

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПРОБОЯ НА НЕЛИНЕЙНОЕ ЗАТУХАНИЕ ВОЛН В МЕТАЛЛАХ

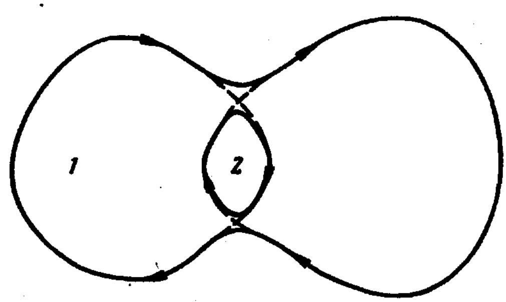
А. А. Слуцкин

Проведен расчет нелинейного поглощения звука и геликонов при наличии магнитного пробоя – межзонных туннельных переходов электронов проводимости в сильном магнитном поле. Показано, что магнитный пробой значительно расширяет интервал амплитуд и волновых векторов, при которых существенны нелинейные эффекты в затухании волн. Столь сильное влияние магнитного пробоя объясняется особой хаотической структурой магнитопробойного спектра.

1. Как известно, звуковые и электромагнитные волны в металлах при наличии сильной пространственной дисперсии затухают, в основном, из-за их резонансного взаимодействия с избранной группой электронов проводимости. Этот процесс обычно рассматривают в рамках линейной теории, которая пренебрегает влиянием поля волны на динамику электрона, и приводит к известному результату – затуханию Ландау, не зависящему от времени электронной релаксации t_0. Пределы применимости линейного приближения определяются неравенством $t_0^{-1} >> \tilde{\omega}(q, v_0)$ где $\tilde{\omega}$ – характерная частота электронного движения, возбужденного резонансным взаимодействием с волной, q – волновой вектор, v_0 – характерная энергия взаимодействия электрона с волной.

В обычной (квазиклассической) ситуации условие $t_0^{-1} >> \tilde{\omega}$ нарушается при столь больших значениях q и v_0, что на первый взгляд наблюдение нелинейных эффектов в поглощении волн металлами вызывает значительные экспериментальные трудности. Цель данной статьи – показать, что явление магнитного пробоя в металлах [1] (МП) качественно изменяет всю картину нелинейного затухания волн (НЗВ), позволяя наблюдать его при значениях q и интенсивностях волновых полей I_0, вполне доступных для современного низкотемпературного эксперимента.

2. Здесь будут рассмотрены замкнутые магнитопробойные (ниже сокращенно – "м.п.") системы электронных орбит в $\mathbf{p}$-пространстве (Пример – на рисунке). Энергетический м.п. спектр электрона, соответствующий таким конфигурациям, как и обычно, представляет собой набор дискретных термов $E_n(p_z)$ (n – номер терма), зависящих только от p_z – проекции квазиимпульса $\mathbf{p}$ на направление магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H)$; ($\hbar^{-1}|E_{n+1} - E_n| \sim \Omega_0$ – характерной ларморовской частоты, $|\partial E_n/\partial p_z| \sim v_0$ – характерной скорости электрона). В отличие от квазиклассического спектра м.п. термы расположены хаотически, причем $E_n(p_z)$ являются случайными функциями p_z с очень малым "квантовым" масштабом изменения $\Delta p \equiv \kappa p_0$ (p_0 – характерный импульс, параметр квазиклассичности $\kappa = \hbar\Omega_0/\epsilon_F \ll 1$, ϵ_F – энергия Ферми) и столь же малой амплитудой ($\sim\hbar\Omega_0$) случайных "дрожаний" [1]. В случае $\Omega_0 t_0 \gg 1$ указанные особенности м.п. спектра приводят к НЗВ даже при $v_0 \ll \hbar\Omega_0$. Далее мы исследуем именно эту предельно квантовую ситуацию.



1, 2 – номера энергетических зон, пунктиром схематически отмечена (малая) область МП

3. Под воздействием эффективного поля $v(z,t) \equiv v_0\cos(qz - \omega t)$, созданного бегущей плоской волной (считаем для простоты $\mathbf{q} \parallel \mathbf{H}$), электрон совершает переходы $|n, p_z\rangle \leftrightarrow |n', p_s\rangle$; ($|n, p_z\rangle$ – стационарное состояние с энергией $E_n(p_z)$, n, n' – произвольны, $p_s \equiv p_z + s\hbar q$, $s = \pm 1, \pm 2, \ldots$). Так как $v_0 \ll \hbar\Omega_0$, то из всех этих переходов существенны только те, которые связаны условием резонанса:

$$\Big|\, |E_n(p_z) - E_{n'}(p_{s'})| - \hbar\omega \Big| \lesssim v_0 \quad \text{для всех } |s'| \leqslant |s| \neq 0. \qquad (1)$$

Структура резонансных областей (1) при наличии МП весьма специфична. Это четко проявляется в случае $qr_H \equiv \hbar q/\Delta p \gtrsim 1$ (r_H – характерный ларморовский радиус), когда из-за случайности $E_n(p_z)$ соотношение (1), вообще говоря, может выполняться только для $|s| = 1$ и, следовательно, большинство резонансных переходов происходит *независимо* друг от друга. Частота таких двухуровневых переходов $\tilde{\omega} = v_0/\hbar$. Отсюда вытекает следующий (оптимальный) критерий НЗВ:

$$v_0/\hbar \gtrsim t_0^{-1} \qquad (2)$$

---

[1] Такая структура $E_n(p_z)$ обусловлена тем, что орбиты разных зон, связанные МП, имеют несоизмеримые периоды [2].

Если $qr_H << 1$, $\omega << qv_0$, то вероятности переходов с $n \neq n'$ пренебрежимо малы, и (1) выполняется только вблизи экстремальных точек $E_n(p_z)$. Используя соотношение $|\partial^2 E_n/\partial p_z^2| \sim (\kappa m_0)^{-1}$ (m_0 – масса свободного электрона), обусловленное остротой $E_n(p_z)$, из (1) нетрудно получить, что "двухуровневое" поглощение и критерий (2) имеют место при всех $\beta \equiv \hbar^2 q^2/\kappa m_0 u_0 >> 1$, а наименьшие совместимые с (2) значения q оказываются $\sim v_0^{-1}\sqrt{\Omega_0/t_0}$. Другая ситуация возникает, когда $\beta << 1$ и вероятности переходов $|n, p_z> \leftrightarrow |n, p_s>$ не малы для всех $|s| \lesssim \beta^{-1} >> 1$. Малость β означает одновременно, что $u_0 >>$ неопределенности в энергии электрона, возникающей при его локализации на длине волны q^{-1}. Это позволяет описывать движение м.п. электрона в терминах классической функции Гамильтона $\mathcal{H} = E_n(p_z) + u(z, t)$. Ей соответствуют аномально малые эффективные массы $\sim \kappa m_0$, аномально большие "классические" частоты $\tilde{\omega} \sim q\sqrt{u_0/\kappa m_0}$ и следующий критерий НЗВ:

$$q\sqrt{u_0/\kappa m_0} \equiv \sqrt{\beta}\, u_0 \hbar^{-1} \gtrsim t_0^{-1}; \quad (\beta << 1). \tag{3}$$

4. Оценим возможности экспериментального наблюдения НЗВ в типичном случае электрон-примесного $t_0 \sim 10^{-10}$ *сек* и $H \sim 10^4 - 10^{-5}$ *э*. С помощью (2) – (3) находим, что в условиях МП нелинейное поглощение звука ($u_0 \sim \epsilon_F s_0^{-1}\sqrt{I_0/\rho_0 s_0}$, s_0 – скорость звука, ρ_0 – плотность металла) имеет место при $I_0 \gtrsim 10^{-3}$ *вт/см*^{2}, геликонов ($u_0 \sim e v_0 H_1 (c\, q)^{-1}$, e – заряд электрона, c – скорость света, H_1 – амплитуда напряженности переменного магнитного поля) – при $H_1 \gtrsim 10^{-3} - 10^{-2}$ *э*. Для наблюдения НЗВ с минимальными I_0 (звук) и H_1 (геликоны) необходимы, соответственно, $\omega \gtrsim 10^7 - 10^8$ *сек*$^{-1}$ и $10^6 - 10^7$ *сек*$^{-1}$. Сравнение (2) – (3) с критериями квазиклассического НЗВ [3] показывает, что МП уменьшает значения I_0 и q, необходимые для заметного проявления нелинейных эффектов, соответственно в $\kappa^{-1} \sim 10^4 - 10^5$ и $\kappa^{-1/2} \sim 10^2$ раз.

Квантовые эффекты НЗВ весьма чувствительны к деформационным полям дислокаций, которые разрушают м.п. спектр при концентрации дислокаций $c_{дис} >> r_H^{-2}$ [2]. В другом пределе – $c_{дис} << r_H^{-2}$ они вызывают осцилляции энергии $E_n(p_z)$ с амплитудой $\delta\epsilon \sim \hbar v_0 c_{дис}^{1/2}$ и частотой $\sim v_0 c_{дис}^{1/2}$. Ясно, что при $\delta\epsilon >> u_0$ эффектом НЗВ можно пренебречь даже в том случае, когда электрон-примесное t_0 удовлетворяет соотношению (2). Оценки показывают, что влияние дислокаций на НЗВ существенно, если $c_{дис} \gtrsim 10^5$ *см*$^{-2}$.

5. Приведем теперь формулу для коэффициента НЗВ (Γ), относящуюся к случаю, когда "двухуровневое" поглощение волны ($\beta >> 1$) происходит в квазистатических условиях ($\omega t_0 << 1$):

$$\Gamma = (1 + (u_0 t_0)^2 \hbar^{-2})(1 + 4(u_0 t_0)^2 \hbar^{-2})^{-1/2}\Gamma_0(w). \tag{4}$$

Формула (4) получена в t_0-приближении; при записи ее опущен множитель ~ 1 при $(u_0 t_0/\hbar)^2$. Здесь $\Gamma_0(w)$ – не зависящий от t_0 м.п. коэффициент затухания волны в линейной теории [4], $w(H)$ – вероятность межзонного туннелирования (вероятность МП), $\Gamma_0(w) \sim \Gamma_0(0)$. В линейном пределе $v_0 t_0 \hbar^{-1} \to 0$ величина $\Gamma \to \Gamma_0(w)$. Если $v_0 t_0 >> \hbar$, то согласно (4) имеем: $\Gamma \sim v_0 t_0 \hbar^{-1} \Gamma_0 >> \Gamma_0$. Последнее справедливо только для случая $\beta >> 1$, $\omega t_0 << 1$; в других ситуациях ($\beta << 1$ или $\omega t_0 << 1$) величина $\Gamma \to 0$, когда $v_0 \to \infty$. В квазиклассическом пределе $w \to 0, 1$, когда уровни энергии $E_n(p_z)$ располагаются почти эквидистантно, независимые двухуровневые переходы (при $\omega t_0 << 1$) уже невозможны. Поэтому (4) справедлива только в области $w(1-w)\hbar\Omega_0 >> v_0$.

Подробное исследование всей ситуации при произвольных β, ωt_0 и $c_{дис}$ будет проведено в отдельной статье.

Считаю своим приятным долгом поблагодарить И.М.Лифшица и М.И.Каганова за ценные дискуссии.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
25 сентября 1973 г.

Литература

[1] R. W. Stark, L. M. Falicov. Prog. in low temp. Phys., 5, 235, 1967.

[2] А.А.Слуцкин. ЖЭТФ, 58, 1098, 1970.

[3] П.Е.Зильберман. ЖЭТФ, 60, 1943, 1971; Ю.М.Гальперин, В.Д.Каган, В. И .Козуб. ЖЭТФ, 62, 1522, 1972; Ю.М.Гальперин, В.И.Козуб. ЖЭТФ, 63, 1083, 1972.

[4] A. M. Kadigrobov. A. A. Slutskin J. of. low temp. Phys., 6, 69, 1972.