Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 9, стр. 590 – 593　　　　*5 ноября 1973 г.*

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА И НЕЛОКАЛЬНОСТЬ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Д. А. Киржниц, В. Я. Файнберг

Приведены аргументы в пользу того, что экспоненциальный рост адронной плотности состояний означает нелокальность сильного взаимодействия. Размеры соответствующей области нелокальности находятся в резком противоречии с опытом.

1 1. В последнее время широко обсуждается вопрос о существовании предельной, максимально допустимой температуры T_0 порядка массы пиона (см., например, [1])

$$T < T_0 \approx 130 - 160 \text{ Мэв} . \tag{1}$$

Помимо аргументов, опирающихся на данные по взаимодействию частиц высоких энергий,[1] в пользу (1) свидетельствует утверждение об экспоненциальном росте адронной плотности состояний

$$\rho(E) = \int d\nu\,\delta(E - E_\nu) \sim \exp(E/T_0) \qquad (2)$$

при массе адрона $E \to \infty$. К этому утверждению ведут модель статистического бутстрапа и дуальная резонансная модель; при малых E (2) согласуется с усредненными эмпирическими данными.

Подстановка (2) в выражение для статистической суммы

$$Z(T) = \int d\nu \exp(-E_\nu/T) = \int dE\,\rho(E)\exp(-E/T) \qquad (3)$$

действительно ведет при $T > T_0$ к бессмысленной расходимости.

2. В недавних работах [3] отмечалось, что упомянутые выше модели соответствуют нелокальной теории поля. Это замечание связано в конечном счете с общим утверждением о том, что экспоненциальный рост функций Вайтмана в импульсном представлении с показателем, растущим линейно ($\sim \ell E$) или более сильно с энергией E, означает возможность пространственно-временной локализации лишь с точностью порядка ℓ (см. [4], где есть ссылки на более ранние работы).

Иллюстрацией может служить задача о рассеянии волны "твердым шариком" радиуса ℓ [5]. В этом случае амплитуда рассеяния исчезает не при $t < 0$, как обычно, а при $t < -\ell$ (момент времени $t = 0$ отвечает приходу фронта волны в центр шарика). Соответственно, амплитуда приобретает множитель $\exp(i\ell E)$, экспоненциально растущий в комплексной плоскости E.

3. Плотность состояний непосредственно не связана с функциями Вайтмана. Тем не менее, уже на примере простейшей квантово-механической системы можно показать, что, независимо от модели, само по себе выражение (2) ведет к ограниченной возможности локализации с элементарной длиной

$$\ell \sim 1/T_0 \,. \qquad (4)$$

Рассмотрим функцию Грина одночастичной задачи $G(x, x', t) = -i\theta(t)\,g(x, x', t)$, где

$$g(x, x', t) = \int d\nu\,\tilde{\psi}_\nu(x')\,\psi_\nu(x)\exp(-iE_\nu t).$$

Нормируя $\int dx\,|\psi_\nu(x)|^2$ на объем системы и усредняя по x имеем

$$\overline{g(x, x, t)} = \int d\nu \exp(-iE_\nu t) = \int dE\,\rho(E)\exp(-iEt), \qquad (5)$$

Подстановка (2) в (5) ведет к бесконечному результату. Поскольку среднее не может превышать всех усредняемых величин, в некоторой области x будет бесконечной и величина $G(x, x', t)$, имеющая прямой

---

[1] В действительности эти аргументы не имеют обязательной силы, так как указанные данные допускают и иную интерпретацию [2].

физический смысл амплитуды перехода системы, первоначально локализованной в точке x, в ту же точку спустя время t [1].

Однако, отсюда еще не следует, что в рассматриваемом случае пространственно-временное описание вообще невозможно. Невозможно лишь точечное, локальное описание. Чтобы убедиться в этом, введем "сглаживание" по времени с помощью гладкого формфактора, например, $F(t) = a/[\pi(t^2 + a^2)]$. Тогда

$$\int d\tau F(\tau)\,\overline{g(x, x, t-\tau)} = \int dE \rho(E) \exp(-iEt - aE).$$

Это выражение действительно становится конечным при $a \geqslant \ell \sim 1/T_o$ [2].

Аналогичное рассмотрение в квантовой теории поля наталкивается на известные трудности. Однако восстановление локальности теории в этом случае кажется маловероятным.

4. Сходство выражений (3), (5) отражает далеко идущую аналогию между динамикой и статистикой, состоящую в близком подобии временных зависимостей в динамике и температурных в статистике. Эта аналогия, символически выражаемая в виде [6]

$$it \sim 1/T, \tag{6}$$

основана на сходстве квантово-механического оператора эволюции $\exp(-itH)$ и статистического оператора $\exp(-H/T)$.

Это позволяет думать, что имеется прямая связь между предельной температурой и нелокальностью, к которой можно прийти, минуя соображения об экспоненциальном росте (2). К статистике с ограничением (1) может привести только динамика, радикально отличающаяся от обычной в малой пространственно-временной области. Согласно (6) размеры этой области определяются величиной (4).

5. Значение T_o из (1) ведет при подстановке в (4) к элементарной длине $\ell \sim 10^{-13}$ *см*. Между тем, эксперимент (в частности, опыты по проверке дисперсионных соотношений) уже сейчас подтверждают справедливость принципа локальности вплоть до масштабов порядка 10^{-15}*см*.

Есть основания думать, что на самом деле величина ℓ еще гораздо меньше и совпадает с квантово-гравитационной длиной $\ell_g \sim 10^{-33}$ [7].

Все сказанное представляет собой еще один аргумент против существования предельной температуры порядка (1). Ее либо вовсе не существует, либо она имеет порядок величины, существенно бо́льший массы пиона (например, для $\ell \sim \ell_g$ имеем $T_o \sim 10^{19}$ *Гэв* [3]). Соответственно,

[1] В частности, для свободной нерелятивистской частицы величина $G(x, x, t) \sim t^{-3/2}$ описывает "расплывание" первоначально локализованного пакета,

[2] Более корректное рассмотрение, основанное на "сглаживании" δ-функции в правой части уравнения для функции Грина ведет практически к тому же результату.

[3] Идея о предельной температуре в связи с квантово-гравитационным эффектами изложена в работе [8].

адронная плотность состояний либо растет асимптотически слабее экспоненты с линейным показателем, либо характеризуется переменным параметром T_0, принимающим при $E \to \infty$ существенно бо́льшие значения, чем при малых E.

Мы благодарны Е.Л.Фейнбергу, привлекшему наше внимание к проблеме предельной температуры, за ценные дискуссии, а также Б.Л.Воронову за критическое замечание.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26 сентября 1973 г.

Литература

[1] R.Hagedorn. Suppl. Nuovo Cim., 3, 147, 1965; K.Huang, S.Weinberg. Phys. Rev. Lett., 25, 895, 1970; S.Frautschi. Phys. Rev., D3, 2821, 1971; S.Tuan. Phys. Rev., D6, 1445, 1972.

[2] E.L.Feinberg. Phys. Reports, 5C, 237, 1972 (§ 5 – 6); Preprint №125, Lebedev Physical Institute. Moscow 1973.

[3] E.Cremmer, J.Scherk. Nucl. Phys., B48, 29, 1972; R.Rivers. Nucl. Phys., B40, 269, 1972; B52, 155, 1973; J.Yellin. Nucl. Phys., B52, 583, 1973.

[4] В.Я.Файнберг. Сб. "Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е.Тамма", М., изд. Наука, 1972, стр. 119.

[5] Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М., ГИТТЛ, 1957.

[6] T.Matsubara. Progr. Theor. Phys., 14, 351, 1955.

[7] Д.А.Киржниц. Sov. science rev. p. 199, July 1972.

[8] А.Д.Сахаров. Письма в ЖЭТФ, 3, 439, 1966.