Письма в ЖЭТФ, том 18, вып.10, стр. 611 – 613 *20 ноября 1973 г.*

ФУНКЦИЯ ГЕЛЛ-МАННА – ЛОУ В ОДНОЗАРЯДНОЙ СКАЛЯРНОЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Г. М. Авдеева, А. А. Белавин

В теории $\lambda\phi^4$ найдены первые три члена функции Гелл-Манна – Лоу. Показано, что "ноль-зарядная" ситуация остается при учете членов вплоть до $\lambda^2(\lambda \ln \frac{\lambda}{k})^4$

Рассмотрение обычных перенормируемых квантовых теорий поля показало, что общим свойством таких теорий является ситуация "Ноля-заряда", для которой характерно появление логарифмического полюса в амплитуде рассеяния $a(k)$ при импульсах $k >> m$ (m – масса частицы), например, в теории скалярного поля со взаимодействием: $H_{int} = \lambda\phi^4$

$$a(k^2) = \frac{a(m^2)}{1 - \frac{3}{2} a(m^2) \ln \frac{k^2}{m^2}} . \qquad (1)$$

Последняя формула получена в главном логарифмическом приближении и справедлива при $a(k) << 1$. Свойство перенормируемости теории [1] позволяет ввести функцию Гелл-Манна – Лоу $\Psi(a)$, которая описывает асимптотическое поведение инвариантного заряда на малых расстояниях

$$\frac{da}{dx} = \Psi(a), \qquad (2)$$

где $x = \ln \frac{\lambda^2}{k^2}$, λ – импульс обрезания. Эта функция может быть найдена с помощью теории возмущений в виде степенного ряда по a. Первый член этого ряда

$$\Psi(a) = -\frac{3}{2} \frac{a^2}{16\pi^2} + \ldots \qquad (3)$$

приводит к (1). Вопрос заключается в том, как изменится это решение в результате учета последующих членов разложения в $\psi(a)$. В частности, если функция Гелл-Манна – Лоу имеет нуль, в точке a, то как не

трудно видеть из (2):

$$a(k) \to a \,. \tag{4}$$

Такая возможность обсуждалась в работах [2, 3]. Был найден коэффициент в функции $\Psi(a)$ при члене a^3:

$$\Psi(a) = -\frac{3}{2(16\pi^2)}a^2 + \frac{17}{6(16\pi^2)^2}a^3 - \ldots \tag{5}$$

Вопрос о поведении функции Гелл-Манна – Лоу интересен также в связи с недавним рассмотрением полей Янга – Миллса [4, 5]. Как оказалось, ультрафиолетовое поведение функций Грина в этой теории соответствует тому, что взаимодействие векторных мезонов на малых расстояниях становятся асимптотически малым, что соответствует скейлингу Бьеркена. Однако, векторные мезоны в этой теории являются безмассовыми. Один из путей преодоления этой трудности – включение взаимодействия векторов со скалярными мезонами, которое приводит посредством механизма Хиггса к ненулевой массе векторных мезонов.

Как следует из (5), учет a^3 приводит к появлению нуля функции $\Psi(a)$. Однако, учет следующего приближения приводит к его исчезновению. Здесь мы приводим результат вычисления функции Гелл-Манна – Лоу для теории n- компонентного скалярного поля с точностью до членов порядка a^4:

$$\Psi(a) = -\frac{(n+8)}{6(16\pi^2)}a^2 + \frac{3n+14}{6(16\pi^2)^2}a^3 - \frac{Da^4}{(16\pi^2)^3} + \ldots$$

$$D = -\frac{19}{108}n^2 - \frac{191}{27}n - \frac{298}{27} - \frac{2}{9}(5n+22)\zeta(3) - \frac{12n^2+55n+186}{4\cdot 81}\phi_3 +$$

$$+\frac{(n+8)^2}{24\cdot 81}\phi_1^2 + \frac{28n^2+53n-108}{4\cdot 81}\phi_1 - \frac{n^3+6n^2+150n+572}{8\cdot 81}\phi_2 ;$$

$$\phi_1 = -\sum_{i=1}^{3}\ln\frac{a_i^2}{q^2}; \qquad \phi_2 = \sum_{i=1}^{3}\ln^2\frac{q_i^2}{q^2};$$

$\phi_3 = \sum_{i,j} f(p_i, q_j)$, причем q_i – переданный импульс, q – импульс нормировки,

$$f(p_i, q_j) = \int_0^1 \frac{dx}{x}\left[\frac{a^2x(1-x)\ln(a^2x(1-x))}{1+a^2x^2-2abx} - \right.$$

$$\left. - \frac{(1+a^2x-2abx)\ln(1+a^2x-2abx)}{1+a^2x^2-2abx}\right]$$

и $a = p_i^2/q_i^2$, $b = \cos p_i \hat{} q_j$, $\zeta(3)$ – функция Римана.

Как следует из (6) коэффициент при a^4 зависит от отношений внешних импульсов. Удобно ввести симметричную точку нормировки, а именно: $p_i^2 \equiv p^2$, $q_i^2 \equiv \frac{4}{3}p^2$, $b_i \equiv \frac{1}{\sqrt{3}}$. В этой точке соответствующий коэффициент равен:

$$D = -\frac{19}{108}n^2 - \frac{191}{27}n - \frac{298}{27} - \frac{2}{9}(5n + 22)\zeta(3) - \frac{3(12n^2 + 55n + 186)}{2 \cdot 81}I, \quad (7)$$

причем $I = -0{,}740 \mp 0{,}001$

Отсюда при $n = 1$ мы имеем

$$\Psi(a) = -\frac{3}{2}\frac{a^2}{16\pi^2} + \frac{17}{6}\frac{a^3}{(16\pi^2)^2} - 22\frac{a^4}{(16\pi^2)^3}. \quad (8)$$

Нетрудно видеть из (8), что $\Psi(a)$ не имеет нуля в данном приближении. Очевидно, что этот результат не может быть надежным и для выяснения возможности не ноль-зарядной ситуации желательно исследовать этот вопрос, не используя теорию возмушений [6].

Авторы благодарны Е.Б.Богомольному за полезные обсуждения.

Горьковский
государственный университет

Поступила в редакцию
23 октября 1973 г.

Литература

[1] Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Гостехиздат, 1957.

[2] Г.М.Авдеева, А.А.Белавин, А.П.Протогенов. ЯФ, 18, вып. 6, 1973.

[3] V.V.Belokurov, D.I.Kazakov, D.V.Shirkov, A.A.Slavnov, A.A.Vladimirov. JINR E2-7320, Dubna, 1973.

[4] D.J.Gross, F.Wilczek. Phys. Rev. Lett., 30, 1343, 1973.

[5] H.D.Politzer. Phys. Rev. Lett., 30, 1346, 1973.

[6] J.Kogut, K.Wilson. Phys. Reports. To be published.