Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 8, стр. 312 – 313 *25 апреля 1985 г.*

КОГЕРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ НА АНИЗОТРОПНОЙ ЦЕПОЧКЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Я.И.Грановский, А.С.Жеданов

Явно построена волновая функция когерентного состояния XYZ-цепочки произвольных спинов, описывающая периодическую структуру, которая обобщает решение типа доменной стенки.

Рассмотрим одномерную цепочку спинов, связанных обменным взаимодействием:

$$H = -\sum_n J_{\alpha\beta} S_n^\alpha S_{n+1}^\beta \ . \tag{1}$$

Тензор $J_{\alpha\beta}$ предполагается полностью анизотропным, т. е. в главных осях $0 < J_1 < J_2 < J_3$. Стационарные решения уравнения Шредингера ищем в виде когерентной структуры (применительно к гамильтониану (1) такие состояния рассматривались ранее Фейнманом [1], Покровским и Хохлачевым [2]

$$\psi = \prod_n R_n \,|0>, \tag{2}$$

где R_n – оператор вращения n-го спина, а $|0>$ – состояние, в котором каждый спин имеет максимальную проекцию σ вдоль оси z, соответствующей J_3.

Учитывая, что

$$R_n^+ S_n^\alpha R_n = R_n^{\alpha\gamma} S_n^\gamma \ , \tag{3}$$

приведем уравнение Шредингера к виду

$$\tilde{H}|0> = \epsilon|0>, \qquad \tilde{H} = -\sum_n \tilde{J}_{\alpha\beta}^n S_n^\alpha S_{n+1}^\beta \ , \tag{4}$$

причем

$$\tilde{J}_{\alpha\beta}^n = J_{\lambda\mu} R_n^{\lambda\alpha} R_{n+1}^{\mu\beta} \ . \tag{5}$$

Уравнение (4) удовлетворяется при выполнении условий [2]

$$\tilde{J}_{xx}^n - \tilde{J}_{yy}^n + i\tilde{J}_{xy}^n + i\tilde{J}_{yx}^n = 0, \quad \tilde{J}_{xz}^n + \tilde{J}_{zx}^{n-1} + i\tilde{J}_{yz}^n + i\tilde{J}_{zy}^{n-1} = 0. \tag{6}$$

При этом

$$\mathcal{E} = -\sigma^2 \sum_n \tilde{J}_{zz}^n \ . \tag{7}$$

Условия (6) относительно компонент $R_n^{\alpha\beta}$ являются рекуррентными соотношениями квадратичного вида и удовлетворяются эллиптическими функциями Якоби с модулем k $(k' = \sqrt{1-k^2})$

$$R_n^{\alpha 3} = (\xi \,\mathrm{dn}\, t, \ \eta \,\mathrm{cn}\, t, \ \zeta \,\mathrm{sn}\, t), \tag{8}$$

где

$$t = \omega n + \omega_0, \quad \eta = \sqrt{1-\xi^2}, \quad \zeta = \sqrt{1-k'^2\xi^2}, \tag{9}$$

$$\mathrm{cn}\,\omega = J_1/J_3, \quad k^2 = (J_3^2 - J_2^2)(J_3^2 - J_1^2)^{-1}. \tag{10}$$

Компоненты $R_n^{\alpha 1}$, $R_n^{\alpha 2}$ могут быть исключены из условий (6), поэтому их явные выражения мы не выписываем.

Постоянные "интегрирования" ω_0 и ξ определяют положение и величину максимума компонент $R_n^{\alpha 3}$, однако плотность энергии ϵ на один узел цепочки не зависит от ξ, ω_0:

$$\epsilon = -\sigma^2 \left\{ \frac{J_1 J_2}{J_3} + \sqrt{J_3^2 - J_1^2} \left[E(\omega) - \frac{\omega E}{K} \right] \right\}, \tag{11}$$

где $E(\omega)$ – неполный, E, K – полные эллиптические интегралы второго и первого рода с модулем k.

Решение (8) верно для любого значения сипина σ. Из формулы (11) можно увидеть, что полученный класс состояний есть обобщение на случай произвольного спина так называемого порождающего состояния [3], найденного Бакстером для спина 1/2.

С другой стороны, состояние (8) представляет собой квантовый аналог классического решения типа полосовой доменной структуры с периодом $4K/\omega$ (при $\xi = 0$). При $\xi \neq 0$ спин имеет ненулевую среднюю проекцию $\pi\sigma\xi/2K$ вдоль оси x.

Отметим, что основные характеристики (энергия, корреляции) при любом спине имеют тот же вид, что и для соответствующего классического решения. Это и понятно, поскольку (2) суть спиновые когерентные состояния, свойства которых наиболее близки к классическим [4].

В случае одноосной анизотропии ($J_1 = J_2$) решение (8) приобретает вид доменной стенки Ландау – Лифшица [5, 6]

$$(R_n^{\alpha 3})_{k=1} = (\xi \operatorname{ch}^{-1} t, \ \eta \operatorname{ch}^{-1} t, \ \operatorname{th} t) \tag{12}$$

с энергией [6]

$$\mathcal{E}_{\text{ДС}} = 2\sigma^2 \sqrt{J_3^2 - J_1^2}.$$

Вырождение по ξ (энергетическая неразличимость стенок Блоха и Нееля) в данном случае обусловлено $0(2)$ инвариантностью XXZ-модели.

В связи с полученным решением (8) возникает интересный вопрос о возможности построения других точных решений XYZ-цепочки с произвольным спином с энергией, отличной от (11). Этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Литература

1. *Фейнман Р.* Статистическая механика. М.: Мир, 1978.
2. *Покровский В.Л., Хохлачев С.Б.* Письма в ЖЭТФ, 1975, **22**, 371.
3. *Baxter R.J.* Ann. of Phys., 1973, **76**, 1; *Фаддеев Л.Д., Тахтаджян Л.А.* УМН, 1979, **34**, 13.
4. *Переломов А.М.* УФН, 1977, **123**, 23.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
6. *Гочев И.Г.* ЖЭТФ, 1983, **85**, 199.

Донецкий
государственный университет

Поступила в редакцию
3 января 1985 г