*Письма в ЖЭТФ, том 18, вып. 11, стр. 668 – 671 5 декабря 1973 г.*

# ОБ ОДНОЗНАЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОММУТАТОРОВ ТОКОВ ИЗ ДАННЫХ ПО ГЛУБОКО-НЕУПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ

*Б. Л. Иоффе*

Указаны ограничения на общий вид неоднозначностей, возникающих при нахождении коммутаторов тока на световом конусе из данных по глубоко-неупругому лепторождению. Допустимые типы неоднозначностей не нарушают правило сумм Гросса — Ллевеллин-Смита, но могут приводить к нарушению правила сумм для швингеровского члена.

Сечения глубоко-неупругого рассеяния электронов и нейтрино на нуклонах определяются однонуклонными матричными элементами коммутаторов тока, взятыми в области вблизи светового конуса [1]. Это обстоятельство дает возможность получить [2 – 6] явные выражения для однонуклонных матричных элементов коммутаторов тока на световом конусе, выразив их через измеряемые на опыте в процессах $e + N \to e$ + адроны и $\nu + N \to e$ + адроны инвариантные функции $w_i(\nu, q^2)$ при $\nu \gg m$, $|q^2| \gg m^2$, $q^2 < 0$ (используются те же обозначения, что и в [1, 4]). Используя эти выражения для коммутаторов тока, масштабную инвариантность и одновременные коммутационные соотношения, были найдены [2 – 5], некоторые правила сумм.

Однако, как было показано в [7] (аналогичные утверждения содержатся также в [8, 9]) коммутаторы тока неоднозначно определяются значениями функций $w_i(\nu, q^2)$ при $q^2 < 0$. Тем самым возникает вопрос о законности полученных в [2 – 5] правил сумм. Цель настоящей статьи – указать ограничения на общий вид неоднозначностей, рассмотренных в [7] и установить, сохраняется ли какое-либо из правил сумм при учете этих неоднозначностей. Рассмотрим сначала процесс электророждения. В этом случае усредненный по спину нуклона матричный элемент коммутатора токов может быть записан в виде [4]

$$\begin{aligned} <p|[j_\mu(x),\, j_\nu(0)]|p> &= (\delta_{\mu\nu}\Box - \partial^2/\partial x_\mu \partial x_\nu)\, G_1(x^2, px) + (1/m^2)\, \times \\ &\times \{p_\mu p_\nu \Box - p_\lambda \partial/\partial x_\lambda (p_\nu \partial/\partial x_\mu + p_\mu \partial/\partial x_\mu) + \delta_{\mu\nu}(p_\lambda \partial/\partial x_\lambda)^2\} G_2(x^2, px)\;, \end{aligned} \tag{1}$$

где $G_1$ и $G_2$ – функции инвариантов $x^2, px$, $G_i(x^2, px) = 0$ при $x^2 < 0$ и $G_i(x^2, px) = -G_i(x^2, -px)$. С помощью гипотезы масштабной инвариантности можно выразить значения $G_1(x^2, px)$ и $G_2(x^2, px)$ при $x^2 \to 0$ через масштабно-инвариантные функции $F_1(\omega) = m\,w_1(\nu, q^2)$, $F_2(\omega) = (\nu/m)\,w_2(\nu, q^2)$, $\omega = -2\nu/q^2$. Для функции $G_1(x^2, s')$ получается [4]

$$G_1(x^2, s) \underset{x^2 \to 0}{=} \delta(x^2)\,\epsilon(s)\,g_1(s)\,, \tag{2}$$

$$g_1(s) = -\frac{i}{4\pi^2 m}\int_1^\infty d\omega \cos\frac{s}{\omega}\,\frac{F_2(\omega)R(\omega)}{1+R(\omega)}\,, \tag{3}$$

где

$$R = \frac{w_2}{w_1}\left(-\frac{\nu^2}{m^2 q^2}+1\right)-1 = \frac{\sigma_o}{\sigma_T} \tag{4}$$

и $\sigma_o$, $\sigma_T$ – полные сечения поглощения виртуальных продольных и поперечных фотонов. (Предполагается, что $R(\nu, q^2) \to R(\omega)$ при $\nu_1|q^2| \to \infty$, $\omega = \mathrm{const}$). Из (2) с помошью предельного перехода $x_o \to 0$ легко найти матричный элемент одновременного коммутатора токов [2 – 4].

$$< p|\,[\,j_o(x)\,,\, j_i\,(0)]|p\rangle_{x_o=0} = -\frac{4\pi^2 i}{m}\int_1^\infty d\omega\,\frac{R(\omega)F_2(\omega)}{1+R(\omega)}\,\frac{\partial}{\partial x_i}\,\delta\,(\mathrm{x}) \tag{5}$$

и,вычисляя левую часть (5) в различных моделях, получать различные правила сумм.

Как показано в [7] (2), однако, не является наиболее общей формулой для $G_1(x_1^2 s)$ при $x^2 \to 0$: к правой части (2) может быть прибавлено выражение вида

$$f(x^2, px) = i\sum_{n=o}^{N}\int\rho_n(\kappa^2)\left(p_a\frac{\partial}{\partial x_a}\right)^{2n}\Delta(x^2, \kappa^2)\,d\kappa^2, \tag{6}$$

где $\Delta(x^2, \kappa^2)$ – функция Паули – Иордана скалярной частицы с массой $\kappa$. Действительно, (6) очевидным образом причинно и фурье-компоненты его обращаются в нуль при $q^2 < 0$, т. е. не меняют $w_1(\nu, q^2)$ в задаче электророждения. При $q^2 > 0$ (6) приводит к добавке в $w_1(\nu, q^2)$ вида $\sum_n \rho_n(q^2)\,\nu^{2n}$, отвечающей вкладу полусвязанных диаграмм. Получить ограничения на общий вид $f(x^2, px)$ можно, если учесть, что $w_1(\nu, q^2)$ связано с амплитудой рассеяния поперечно-поляризованного виртуального фотона $f_T(\nu, q^2)$ соотношением $w_1(\nu, q^2) = (1/\pi a)\,\mathrm{Im} f_T(\nu, q^2)$.

Сделаем теперь предположение о том, что при $\nu \to \infty$, $q^2 = \mathrm{const}$ $\mathrm{Im} f_T$ растет медленнее, чем $\nu^2$. Так как рассмотрение проводится в первом приближении по $e^2$, это предположение не может быть доказано на основании теоремы Фруассара, но оно подкрепляется экспериментальными фактами постоянства полного сечения рассеяния реального фотона на нуклоне $\sigma_T(\nu, 0) = \mathrm{const}$ и поведения $w_1(\nu, q^2)$ при больших $\nu$: $w_1(\nu, q^2) \sim \nu$ ($q^2 = \mathrm{const} < 0$). Тогда в сумме по $n$ в (6) может быть отличен от нуля только член с $n = 0$,и (6) имеет вид

$$f(x^2) = i\int_o^\infty d\kappa^2\rho(\kappa^2)\,\Delta(x^2, \kappa^2) \tag{7}$$

За счет (7) в правой части (5) возникает дополнительный член

$$-\,i\int d\kappa^2\rho(\kappa^2)\,\frac{\partial}{\partial x_i}\,\delta\,(\mathrm{x})\,, \tag{8}$$

так что правило сумм (5) для швингеровского члена в общем случае не имеет места.

В случае процессов $\nu(\bar{\nu}) + N \to l(\bar{l})$ + адроны наибольший интерес с точки зрения роли возможных неоднозначностей при получении правил сумм представляет рассмотрение функции $G_3^+(x^2, s)$, связанной с $w_3^{\nu(\bar{\nu})}(\nu, q^2)$ соотношением

$$w_3^+(\nu, q^2) = \frac{1}{2}[w_3^{\nu}(\nu, q^2) + w_3^{\bar{\nu}}(\nu, q^2)] = \int d^4x e^{iqx} G_3^{(+)}(x^2, s). \quad (9)$$

Функции $w_3^{\nu(\bar{\nu})}$ выражаются через амплитуды рассеяния лево- и правополяризованных виртуальных промежуточных $W^{\pm}$-бозонов

$$w_3^{\nu(\bar{\nu})}(\nu, q^2) = \frac{m^2}{\pi g^2}\mathrm{Im}\left[f_L^{\pm}(\nu, q^2) - f_R^{\pm}(\nu, q^2)\right]\frac{1}{\sqrt{\nu^2 - m^2 q^2}}. \quad (10)$$

Предполагая масштабную инвариантность для $w_3^+(\nu, q^2)$

$$w_3^+(\nu, q^2) \underset{\nu\to\infty}{=} \frac{m}{\nu} F_3^+(\omega) \quad (11)$$

можно получить [4] следующее общее выражение для $G_3^+(x^2, s)$ вблизи светового конуса:

$$G_3^+(x^2, s) = \delta(x^2)\epsilon(s)\, g_3^+(s) + \sum_{n=0}^{N} \int \chi_n(\kappa^2)\left(p_a \frac{\partial}{\partial x_a}\right)^{2n} \Delta(x^2, \kappa^2)\, d\kappa^2, \quad (12)$$

$$g_3^+(s) = -\frac{im}{\pi^2}\int_1^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} F_3^+(\omega)\cos\frac{s}{\omega}. \quad (13)$$

Второй член в правой части (12) представляет собой вклад неоднозначностей. В рамках разумных предположений этот вклад, однако, обращается в нуль. Действительно, предположим, что 1) $\mathrm{Im}[f_L(\nu, q^2) - f_R(\nu, q^2)]/\nu \to 0$ при $\nu \to \infty$, $q^2 = \mathrm{const}$ (такое положение имеет место в теории полюсов Редже) 2) значения $w_3^+(\nu, q^2)$ в области $\nu \to \infty$, $q^2 = \mathrm{const}$ могут быть получены предельным переходом из области $\nu \to \infty$, $\omega = \mathrm{const}$. Тогда из (11) следует $w_3^+(\nu, q^2) \to 0$ при $\nu \to \infty$, $q^2 = \mathrm{const} < 0$. Продолжая это соотношение на положительные $q^2$ с помощью метода работы [7] и используя предположение 1, приходим к выводу, что все $\chi_n = 0$. Таким образом, при указанных выше предположениях $G_3^+(x^2, s)$ определяется первым членом в правой части (12). Отсюда без каких-либо дополнительных предположений (см. [4, 6]) вытекает правило сумм Гросса – Ллевеллин-Смита

$$\langle p | [j_i^+(x), j_j^-(0)] | p \rangle_{x_0 = 0} = -i\epsilon_{ijk} p_k \frac{2}{m} \int_1^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} F_3^+(\omega)\, \delta(\mathbf{x}) \quad (14)$$

полученное в работе [10] с помощью дополнительного предположения о существовании бьеркеновского предела амплитуды при $q_0 \to i\infty$, $q$ = const, описываемого одновременным коммутатором токов.

Благодарю Б.В.Гешкенбейна за полезные обсуждения.

Институт теоретической и экспериментальной физики

Поступила в редакцию 12 октября 1973 г.

## Литература

[1] Б.Л.Иоффе. Письма в ЖЭТФ, 10, 143, 1969; Phys. Lett., 30B, 123, 1969.

[2] R.Jackiw, R.Van Royen, G.West. Phys. Rev., D2, 2473, 1970.

[3] H.Leutwyler, J.Stern. Nucl. Phys., B20, 77, 1970.

[4] Б.Л.Иоффе. Сб. "Проблемы теоретической физики", посвященном памяти акад. И.Е.Тамма, Москва, изд. Наука, 1972.

[5] J.Pestieau, P.Roy, H.Terazawa. Phys. Rev. Lett., 25, 402, 1970.

[6] H.Grosse. Lett. Nuovo Cim., 1, 261, 1971.

[7] Б.В. Гешкенбейн, А.И.Комеч. ЯФ, 18, №4, 1973.

[8] H.Genz, J.Katz, H.Steiner. Phys. Lett., 39B, 541, 1972.

[9] D.P.Majumdar, J.Stern, Y.Tomozawa. Phys. Lett., 42B, 103, 1972.

[10] D.T.Gross, C.H.Llewellyn-Smith. Nucl. Phys., B14, 269, 1969.