ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ДРЕЙФОВО-ДИССИПАТИВНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ С НЕОДНОРОДНОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ

И.С.Байков

В работе Моисеева [I] впервые была обнаружена низкочастотная дрейфовая неустойчивость в неоднородной плазме со столкновениями и обращено внимание на существенную роль продольного движения ионов для ее развития. В настоящей работе показано, что учет неоднородности температуры и вязкости плазмы приводит к появлению ряда новых низкочастотных неустойчивостей.

При рассмотрении плоского слоя плазмы с начальной плотностью $n_o(x)$, с температурами электронов и ионов $T_{oe}(x)$ и $T_{oi}(x)$ и скоростями $\vec{V}_{oe}(x)$ и $\vec{V}_{oi}(x)$, основное внимание обращали на интервалы времени, в течение которых начальное распределение можно считать стационарным. При $T_{oe} \neq T_{oi}$ это означает, что $\tau \approx \frac{1}{\omega} \ll \frac{m_i}{m_e}\nu_e^{-1}$. При $T_{oe} = T_{oi}$ ограничения на интервалы времен более слабые; они связаны с медленными диссипативными процессами поперек сильного $(\Omega_\alpha \gg \nu_\alpha)$ магнитного поля. Исследовали устойчивость начального состояния плазмы относительно потенциальных возмущений $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$. Для возмущений вида $f(x)exp(i\omega t + ik_y y + ik_z z)$ можно получить следующую систему линеаризованных уравнений гидродинамики

$$\omega n^\alpha + \frac{k_y e\Phi}{m_\alpha \Omega_\alpha}\frac{\partial \ln n_o}{\partial x} + k_z V_z^\alpha n_o = 0; \qquad (I)$$

$$V_z^e\left(im_e\omega + \frac{4}{3}\frac{k_z^2}{n_o}\eta_o^e\right) = -ik_z T^e(1+S+a^e) - ik_z T_{oe}\frac{n^e}{n_o}\left(1 - a^e\frac{\partial \ln T_{oe}}{\partial \ln n_o}\right) + ik_z e\Phi; \qquad (2)$$

$$V_z^i\left(im_i\omega + \frac{4}{3}\frac{k_z^2}{n_o}\eta_o^i\right) = ik_z S T^e - ik_z T^i(1+a^i) - ik_z T_{oi}\frac{n^i}{n_o}\left(1 - a^i\frac{\partial \ln T_{oi}}{\partial \ln n_o}\right) - ik_z e\Phi; \qquad (3)$$

$$T^e\left(\frac{3}{2}i\omega + k_z^2\frac{\chi_\parallel^e}{n_o}\right) = i\omega T_{oe}\frac{n^e}{n_o} - \frac{ik_y e\Phi}{m_e\Omega_e}T_{oe}\left(\frac{3}{2}\frac{\partial \ln T_{oe}}{\partial x} - \frac{\partial \ln n_o}{\partial x}\right) - 3\frac{m_e}{m_i}\nu_e(T^e - T^i); \qquad (4)$$

$$T^i\left(\frac{3}{2}i\omega+k_z^2\frac{\chi_\parallel^i}{n_0}\right)=i\omega T_{0i}\frac{n^i}{n_0}+\frac{ik_y e\Phi}{m_i\Omega_i}T_{0i}\left(\frac{3}{2}\frac{\partial\ln T_{0i}}{\partial x}-\frac{\partial\ln n_0}{\partial x}\right)+$$

$$+3\frac{m_e}{m_i}\nu_e\left(T^e-T^i\right). \qquad (5)$$

При получении этих уравнений предполагалось $T_{0e}=T_{0i}=T_0(x)$; а в поперечном движении опускались члены, содержащие $k_y^2\rho_\alpha^2$, где ρ_α – ларморовский радиус частиц α (обозначения см. [1]). Рассматривая длины волн колебаний, значительно превышающие дебаевский радиус плазмы, положим $n^e=n^i=n$. Уравнения (I–5) при этом приводят к дисперсионному соотношению

$$\left[(1-\beta_e)(1-\beta_i)-2i\frac{m_e\nu_e}{m_i\omega}(2-\beta_e-\beta_i)\right]\left[\left(1-\frac{4}{3}i\frac{k_z^2\eta_0^i}{\omega n_0 m_i}\right)\left(1+\frac{\omega_e}{\omega}\right)-\right.$$

$$\left.-2\frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega^2}\right]+\frac{2}{3}\frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega^2}\left\{\beta_e\left[1+\frac{\omega_e}{\omega}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\left(1-4i\frac{m_e}{m_i}\frac{\nu_e}{\omega}\right)\left[2-2s\frac{\omega_e}{\omega}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}\right)\right]\right\}+(1+s)\frac{\omega_e}{\omega}\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}\left(1-\right.$$

$$\left.-\beta_i-4i\frac{m_e}{m_i}\frac{\nu_e}{\omega}\right)\left(1-\frac{4}{3}i\frac{k_z^2\eta_0^i}{\omega n_0 m_i}\right)=0, \qquad (6)$$

где $\beta_\alpha=\frac{2}{3}i\frac{k_z^2\chi_\parallel^\alpha}{\omega n_0}$, $\omega_e=\frac{k_y v_{Te}^2}{\Omega e}\frac{\partial\ln n_0}{\partial x}$.

I) Пусть $|\beta_i|\ll 1\ll|\beta_e|$. Опуская малые мнимые члены и считая $\omega\gg\frac{m_e}{m_i}\nu_e$, получаем

$$1+\frac{\omega_e}{\omega}-\frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega^2}\left[\frac{8}{3}+\frac{\omega_e}{\omega}\left(\frac{2}{3}-\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}\right)\right]=0. \qquad (7)$$

Отсюда при $\omega<\omega_e$ имеем

$$\omega^2=k_z^2 v_{Ti}^2\left(\frac{2}{3}-\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}\right). \qquad (8)$$

Если $\partial\ln T_0/\partial\ln n_0>\frac{2}{3}$, то возникает апериодическая неустойчивость с инкрементом $\gamma\sim k_z v_{Ti}$; если же $\partial\ln T_0/\partial\ln n_0<\frac{2}{3}$, то инкременты колебаний определяются малыми диссипативными членами, и, как можно убедиться из уравнения (6), продольное движение приводит к слабому затуханию колебаний. В случае $\left|\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}\right|\gg 1$, неустойчивость может развиваться и в области $\omega>\omega_e$. При этом спектр частот определяется соотношением

$$\omega^3=-k_z^2 v_{Ti}^2\,\omega_e\frac{\partial\ln T_0}{\partial\ln n_0}. \qquad (9)$$

Неустойчивость такого типа имеет аналог в бесстолкновительной плазме [3] и, вообще говоря, является очень опасной для плазмы.

В области $\omega \approx \frac{m_e}{m_i}\nu_e$ колебания оказываются затухающими. При более низких частотах $\left(\omega \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e, \quad , \text{а} \quad \omega_e \gg \omega\beta_e\right)$ может быть неустойчивость

$$\omega = \left[8{,}9\frac{k_x^2 v_{Ti}^2}{\omega_e} - i\left(1-\frac{3}{2}\frac{\partial \ln T_0}{\partial \ln n_0}\right)\left(\frac{k_x^2 \chi_{\parallel}^e}{3\delta n_0} - 4\frac{m_e}{m_i}\nu_e\right)\right]\left(3{,}45+\frac{3}{2}\frac{\partial \ln T_0}{\partial \ln n_0}\right)^{-1} \ll$$

$$\ll k_x v_{Ti}.$$

Однако она существует только в узкой области значений параметров плазмы.

2) Пусть теперь $|\beta_{e,i}| \ll 1$. Если при этом $\omega \gtrsim \frac{m_e}{m_i}\nu_e$ (т.е. $\omega \gg k_x v_{Ti}$), то из (6) получаем

$$\omega = \frac{k_y v_{Ti}^2}{\Omega_e}\frac{\partial}{\partial x}\ln n_0 T_0^{1{,}71} + \frac{2}{3} i (1+\delta)\frac{k_x^2 \chi_{\parallel}^e}{n_0}\left(\frac{\partial \ln T_0}{\partial \ln n_0} + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{3}\frac{k_x^2 v_{Ti}^2}{\omega_e^2}\right)\frac{\partial \ln n_0}{\partial \ln n_0 T_0^{1{,}71}}. \qquad (10)$$

Неустойчивость возможна только в плазме с неоднородной температурой. Если же $\omega \ll \frac{m_e}{m_i}\nu_e$, то из (6) имеем

$$1 + \frac{k_y v_{Te}^2}{\omega \Omega_e}\frac{\partial}{\partial x}\ln n_0 T_0^{(1+\delta)} - \frac{2}{3}\frac{k_x^2 v_{Ti}^2}{\omega^2}\left[5 - 25\frac{\omega_e}{\omega}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\partial \ln T_0}{\partial \ln n_0}\right)\right] = 0. \quad (11)$$

Отсюда для колебаний с частотами $\omega < \omega_e$ получаем

$$\omega^2 = -\frac{4}{3}\delta k_x^2 v_{Ti}^2 \frac{\partial \ln n_0 T_0^{-3/2}}{\partial \ln n_0 T_0^{1{,}71}}. \qquad (12)$$

Видно, что колебания неустойчивы в области

$$-\frac{1}{1+\delta} < \frac{\partial \ln T_0}{\partial \ln n_0} < \frac{2}{3}.$$

При $T_0 = const$ спектр колебаний (12) совпадает с найденным в работе Моисеева [1].

3) Рассмотрим случай $T_{0e} \neq T_{0i}$, когда необходимо требовать $\omega \gg \frac{m_e}{m_i}\nu_e$. Дисперсионное уравнение при этом имеет вид:

$$-\omega^2\left(1-\frac{4}{3} i \frac{k_x^2 \chi_0^i}{n_0 m_i \omega}\right)\left[1+\frac{\omega_e}{\omega}\left(1+\frac{1+\delta}{1-\beta_e}\frac{\partial \ln T_{0e}}{\partial \ln n_0}\right)\right] + k_x^2 v_{Ti}^2\left\{1+\frac{2}{3(1-\beta_i)} + \right.$$

$$+ \frac{\omega_e}{\omega}\left[\frac{1+\delta}{1-\beta_e}\left(\frac{\partial \ln T_{0e}}{\partial \ln n_0} - \frac{2}{3}\right)\left(1+\frac{2}{3(1-\beta_i)}\right) - \frac{1}{1-\beta_i}\left(\frac{\partial \ln T_{0i}}{\partial \ln n_0} - \frac{2}{3}\right) \times\right.$$

$$\times\left(1+\frac{2}{3}\,\frac{1+\delta}{1-\beta_e}\right)\Big]\Big\}+k_z^2 v_s^2\left[1+\frac{2}{3(1-\beta_e)}+\frac{\omega_e}{\omega}\,\frac{3}{1-\beta_e}\left(\frac{\partial \ln T_{0e}}{\partial \ln n_0}-\frac{2}{3}\right)\right]=0. \quad (13)$$

Если $|\beta_i| \ll 1 \ll |\beta_e|$, то уравнение (13) сводится к виду

$$1+\frac{\omega_e}{\omega}-\frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega^2}\left[\frac{5}{3}+\frac{T_e}{T_i}+\frac{\omega_e}{\omega}\left(\frac{2}{3}-\frac{\partial \ln T_{0i}}{\partial \ln n_0}\right)\right]=0. \quad (14)$$

Это уравнение аналогично уравнению (7). Легко видеть, что полученные выше выражения для спектров колебаний (8) и (9) сохраняются, если помнить, что частота ω_e содержит температуру электронов. В случае $|\beta_{e,i}| \ll 1$ частоты и инкременты колебаний по порядку величины совпадают с определенными по формуле (10), если T_0 заменить на T_{0e}.

В заключение отметим, что полученные неустойчивости лежат в области частот $\sim k_z v_{Ti}$ как в случае изотермической, так и неизотермической плазмы. Такие неустойчивости, являясь длинноволновыми, могут привести к аномально большой диффузии с коэффициентом порядка бомовской [1].

Выражаю благодарность В.П.Силину и А.А.Рухадзе за советы и полезное обсуждение результатов данной работы.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
16 июля 1966 г.

Литература

[1] С.С.Моисеев. Письма ЖЭТФ, 4, 81, 1966.
[2] С.И.Брагинский. Вопросы теории плазмы, 1, 183, Атомиздат, 1963
[3] А.И.Рудаков, Р.З.Сагдеев, Докл. АН СССР, 138, 581, 1961.

---

1) Вклад вязких членов, связанных с движением поперек магнитного поля, для нашего рассмотрения несущественен.