ДВАЖДЫ ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ АСИМПТОТИКА В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В.Г.Горшков, В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов, Г.В.Фролов

Асимптотика скалярной четыреххвостки при большой энергии $s=(p_1+p_2)^2$ и конечном $t=(p_1-p_1')^2$ в случае взаимодействия вида $e\varphi^3$ при $e^4 \ln s \ll 1$ была найдена Полкингхорном [1]. Эта асимптотика определяется последовательностью лестничных диаграмм I и имеет вид:

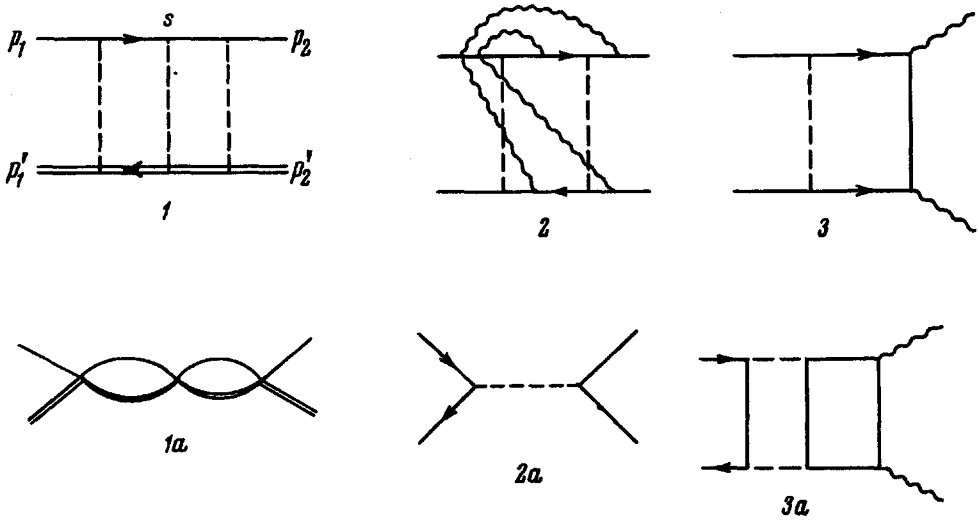
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha}{s}\left(\alpha \ln s\, K(t)\right)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!} = \frac{\alpha}{s} \exp(\alpha K(t) \ln s); \qquad \alpha = \frac{e^2}{4\pi} = 1/137. \tag{I}$$

Асимптотику этих диаграмм удобно получать методом Судакова [2], путем разложения промежуточного импульса интегрирования k на продольную и поперечную части $k = u\vec{p}_1 + v\vec{p}_2 + \vec{k}_\perp$. Выделение $\ln s$ происходит при интегрировании по u и v, а $K(t)$ - двухмерный интеграл, соответствующий одной петле (рис.I,а), который строится по обычным правилам Фейнмана с заменой всех промежуточных импульсов k на $k_\perp$ и d^4k на $d^2k_\perp$.

В скалярном случае при конечной массе частиц интегралы, соответствующие $K(t)$, сходятся. В этом случае формула (I) дает правильную асимптотику, которую называют однологарифмической, ибо на каждую степень α приходится равная степень $\ln s$. В случае нулевой массы одной из частиц (фотон) каждая петля (рис. I,а) логарифмически расходится на малые $k_\perp$.

Если обе частицы имеют спин I/2, то появляется также логарифмиче-
Если обе частицы имеют спин I/2, то появляется также логарифмиче-
ская расходимость на больших $k_\perp$. Так как первоначальный график (рис.I) не показывает расходимостей в обоих случаях, то асимптотика (I) перестает быть справедливой. В действительности интегрирование по $k_\perp$ в петле обрезается величинами порядка s^{-1} на малых и s на больших $k_\perp$. Поэтому возникающая логарифмическая расходимость соответствует появлению дополнительного $\ln s$ на каждую петлю. В этом случае на каждую степень α приходится уже $\ln^2 s$ и асимптотика поэтому называется дважды логарифмической. Дважды логарифмические члены,

связанные с расходимостями на малых $k_\perp$ фотонных линий, всегда возникают от интегрирования по области, соответствующей реальным фотонам: $k^2 = k_\perp^2 + k_\parallel^2 = 0$. Такие промежуточные фотоны подобны реальным тормозным фотонам, которые, как известно, также дают дважды логарифмы в сечении, поэтому мы будем называть эти фотоны промежуточными тормозными фотонами. На рисунке эти фотоны изображены волнистыми линиями, в отличие от других фотонов (пунктир).



Рассмотрим возможные дважды логарифмические асимптотики четырехвосток в квантовом электродинамике. Удобно классифицировать все процессы по заряду Z , распространяющемуся в промежуточном состоянии t - канала.

При $Z=0$ в начальном и конечном состояниях имеется два фермиона или два фотона, причем стрелки фермионных линий направлены в противоположные стороны. При этом либо заряд вовсе отсутствует (рассеяние света на свете), либо он движется в первоначальном направлении в конце процесса. К таким процессам относятся: аннигиляция e^+e^- в $\mu^+\mu^-$ вперед (I) [1)], e^+e^-- и e^-e^-- рассеяние вперед (II), комптоновское рассеяние вперед (III). Так как направление движения заряда не меняется, следует ожидать отсутствия дважды логарифмического вклада тормозных квантов. Действительно, все дважды логарифмические вклады промежуточных тормозных фотонов, изображенных на рис. 2, сокращаются между различными диаграммами. В этом случае дважды логарифмический вклад определяется только диаграммами, содержащими расходимости на больших $k_\perp$ от двух фермионных линий (I,a), которые, как и в скалярном случае, образуют лестничную последовательность I. Результат ее суммирования имеет один и тот же вид для всех процессов:

$$A(\xi) = f_0 \frac{2}{\xi} I_1(\xi) \; ; \quad \xi^2 = \frac{2\alpha}{\pi} \ln^2 s, \qquad (2)$$

где f_0 - борновская амплитуда процесса, $I_1(\xi)$ - бесселева функция от мнимого аргумента. Асимптотика (2) соответствует наличию ветвления в парциальной волне t- канала вида $\sqrt{e^2 - 4\alpha/\pi}$. Подобная асимптотика в модельном случае была обнаружена впервые Бьеркеном и Ву[3].

Процесс I имеет только дважды логарифмическую асимптотику, в то время как процессы II и III с тождественными фермионами характеризуются также графиками типа рис. 2,а и 3,а с фотонами в промежуточном состоянии. Вклады от этих процессов пропорциональны s и являются главными. Однако вследствие наличия лишнего множителя α в амплитудах, изображенных на рис. 3,а,он оказывается сравнимым с дважды логарифмической асимптотикой процесса III при $\frac{\alpha \ln^2 s}{\pi} \sim 1$. То же относится к процессу рассеяния света на свете. Дважды логарифмическая асимптотика процессов I,II,III рассматривалась ранее Абрикосовым[4] и Милехиным и Фрадкиным[5], однако результат, полученный ими, неправилен.

При $Z = 1$ одна из начальных линий в графике I должна быть фотонной. Дважды логарифмическая асимптотика в этом случае возникает только за счет тормозных квантов и рассмотрена в[6].

При $Z = 2$ все начальные и конечные частицы являются заряженными, причем направление движения обоих зарядов меняется на противоположное. В этом случае дважды логарифмический вклад возникает как от больших $k_\perp$, так и от тормозных фотонов. Такими процессами являются $e^- e^+$-, $e^- \mu^+$- рассеяние назад и аннигиляция пары $e^- e^+$ в пару $\mu^- \mu^+$ назад. Существенные дважды логарифмические графики этих процессов имеют вид, изображенный на рис. 2, при условии, что фермионные линии направлены в одну сторону. Вклады тормозных фотонов, сокращавшиеся в случае $Z=0$, теперь складываются. Графики типа 2,а отсутствуют. Мы нашли, что дважды логарифмическая асимптотика амплитуды этих процессов имеет вид:

$$A(\xi) = e^{-\xi^2/2} f_0 \frac{2i}{\pi} \int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty} dl\, e^{l\xi} \frac{d}{dl} \ln D_{-1/4}(l), \qquad (3)$$

где

$$\xi^2 = \frac{\alpha}{\pi} \ln^2 s.$$

$D_{1/4}(l)$ – функция параболического цилиндра. Экспоненциальный множитель перед интегралом в (3) обусловлен вкладом тормозных фотонов с $|k_\perp|^2 \ll 1$. При больших ξ асимптотика определяется крайне правой парой комплексно сопряженных нулей $D_{-1/4}(\xi)$ и амплитуда осциллирует:

$$A(\xi) = \begin{cases} -8e^{-2{,}261\xi} \cos 1{,}843\xi + \cdots & \xi \gg 1 \\ 1 - \frac{5}{8}\xi^2 + \frac{35}{192}\xi^4 + \cdots & \xi \ll 1 . \end{cases} \qquad (4)$$

Сечение процессов при $Z=0$ дается квадратом формулы (2). В случае $Z=2$ суммарное сечение упругого рассеяния и тормозного излучения реальных квантов с $|k_\perp|^2 \ll 1$ равняется квадрату (3) без экспоненциального множителя перед интегралом.

Эти результаты совместно с исследованием дважды логарифмических асимптотик различных процессов при больших s, t, u [7-8] исчерпывают дважды логарифмические асимптотики двухчастичных процессов в квантовой электродинамике.

Авторы благодарны И.А.Малкину, И.Я.Померанчуку и Е.С.Фрадкину за полезные обсуждения.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
5 июля 1966 г.

Литература

[1] I.C.Polkinghorne J.Math.Phys., 4, 503, 1963.

[2] В.В.Судаков. ЖЭТФ, 30, 87, 1956.

[3] J.D.Bjorken, T.T.Wn.Phys.Rev., 130, 2566, 1963.

[4] А.А.Абрикосов. ЖЭТФ, 30, 386, 544, 1956.

[5] Г.А.Милехин, Е.С.Фрадкин. ЖЭТФ, 45, 1926, 1963.

[6] G.V.Frolov, V.G.Gorshkov, V.N.Gribov. Phys.Lett., 20, 544, 1966

[7] В.Н.Байер, С.А.Хейфец. ЖЭТФ, 40, 613, 1961.

[8] D.R.Yennie, S.C.Frantschi, H.Suura. Ann. of Phys., 13, 379, 1961.

---

1) Авторы благодарны И.А.Малкину, обратившему их внимание на эту реакцию.