ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ РЕЛЯТИВИЗАЦИЯ ГРУППЫ $SU(6)$ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЙ

В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов

I. До сих пор не удавалось найти такую релятивистскую версию группы $SU(6)$, которая была бы внутренне состоятельной, т.е. оставляла бы инвариантными свободные уравнения и давала бы непротиворечивые ограничения на амплитуды реакций. Единственный успех в этом направлении был достигнут только для колинеарных процессов, для которых была найдена группа $SU_W(6)$ [I].

Здесь мы предлагаем группу $SU_x(6)$, изоморфную $SU(6)$, удовлетворяющую указанным требованиям и применимую к двухчастичным реакциям без ограничений колинеарностью [I)].

2. Рассмотрим ее на примере кварков. Для них соответствующие преобразования записываются

$$\delta\Psi(p)=\left[\frac{i}{2}\omega^a\lambda_a+e^i_\mu(p)\gamma_\mu\gamma_5(\alpha_i+\alpha^a_i\lambda_a)\right]\Psi(p), \qquad (I)$$

где $e^i_\mu(p)$ – три ортогональных между собой и к импульсу p вектора: $(e^i p)=0$, $(e^i e^j)=\delta_{ij}$, λ_a – 8 матриц Гелл-Манна, а ω^a, α_i и α_i^a – параметры преобразования. Эти преобразования коммутируют со свободным уравнением Дирака. Векторы $e^i_\mu(p)$ могут быть выражены многими способами через импульсы частиц, участвующих в реакции. Для двухчастичных реакций нам кажется наиболее физически естественным следующий выбор базиса:

$$e^1_\mu(p)=N_1\left(p_\mu-\frac{p^2}{(Pp)}P_\mu\right),\quad e^2=N_2\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}p_{1\nu}p_{2\lambda}p_{3\rho},$$
$$e^3_\mu(p)=N_3\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}e^1_\nu e^2_\lambda p_\rho\ , \tag{2}$$

где $P_\mu=p_{1\mu}+p_{2\mu}=p_{3\mu}+p_{4\mu}$ – полный импульс, а N_1, N_2 и N_3 – нормировочные множители. Удобно (не теряя релятивистского смысла) перейти в систему центра масс ($\vec{P}=0$) и к двухкомпонентным спинорам $\varphi(\vec{p})$. Тогда (I) примет вид:

$$\delta\varphi(\vec{p})=\Big\{\frac{i}{2}\omega^a\lambda_a+i\left(\alpha_1+\alpha_1^a\lambda_a\right)\frac{(\vec{\sigma}\vec{p})}{|\vec{p}|}+i\left(\alpha_2+\alpha_2^a\lambda_a\right)(\vec{\sigma}\vec{n})+$$
$$+i\left(\alpha_3+\alpha_3^a\lambda_a\right)\frac{(\vec{\sigma}[\vec{n}\vec{p}])}{|\vec{p}|}\Big\}\varphi(\vec{p}), \tag{3}$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости реакции. Интересно, что оператор $ie^1_\mu(p)\gamma_\mu\gamma_5$ – оказался соответствующим спиральности $\frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{|\vec{p}|}$. Это означает, что в инвариантных амплитудах сохраняется полная спиральность.

3. При любом импульсе преобразования (3) изоморфны не зависящим от импульса обычным преобразованиям

$$\delta\varphi'(\vec{p})=\left\{\frac{i}{2}\omega^a\lambda_a+i\left(\alpha_k+\alpha_k^a\lambda_a\right)\sigma_k\right\}\varphi'(\vec{p}). \tag{4}$$

Действительно, преобразования (3) и (4) связаны преобразованием подобия

$$\varphi'(\vec{p})=S(\vec{p})\varphi(\vec{p}), \tag{5}$$

где матрица $S(\vec{p})$ осуществляет спиновое вращение, превращающее

$\frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{|p|}$ в σ_x, $(\vec{\sigma}\vec{n})$ в σ_y, $\frac{(\vec{\sigma}[\vec{n}\vec{p}])}{|p|}$ в σ_z, но не затрачивает сами импульсы. Выберем $S(\vec{p})$ в виде

$$S(\vec{p}) = e^{\frac{i}{2}\vec{\omega}\vec{\sigma}}, \quad \vec{\omega} = -\vec{n} \arcsin \frac{p_z}{|p|}. \qquad (5')$$

Кварки с различными импульсами преобразуются по различным, но эквивалентным представлениям группы $SU(6)$, а преобразование подобия (5) делает их полностью равноправными.

4. Переход к спинорам $\varphi'(\vec{p})$ позволяет легко строить инвариантные амплитуды. Благодаря тому, что (4) просто совпадают с обычными преобразованиями $SU(6)$ и не зависят от импульсов, инвариантные амплитуды в этих терминах в системе центра масс строятся по обычным правилам $SU(6)$. Так, амплитуда рассеяния кварка на кварке записывается

$$A(\varphi_4'^{+}\varphi_2')(\varphi_3'^{+}\varphi_1') + B(\varphi_4'^{+}\varphi_1')(\varphi_3'^{+}\varphi_2'); \qquad (\varphi_i' = \varphi'(\vec{p}_i)),$$

где А и В – произвольные формфакторы, зависящие от энергии и угла рассеяния θ. На языке обычных спиноров выписанная амплитуда выглядит сложнее, например

$$(\varphi_4'^{+}\varphi_2')(\varphi_3'^{+}\varphi_1') = \cos^2\frac{\theta}{2}(\varphi_4^{+}\varphi_2)(\varphi_3^{+}\varphi_1) - \frac{i}{2}\sin\theta\left[(\varphi_4^{+}(\vec{\sigma}\vec{n})\varphi_2)(\varphi_3^{+}\varphi_1) + (\varphi_4^{+}\varphi_2)(\varphi_3^{+}(\vec{\sigma}\vec{n})\varphi_1)\right] - \sin^2\frac{\theta}{2}(\varphi_4^{+}(\vec{\sigma}\vec{n})\varphi_2)(\varphi_3^{+}(\vec{\sigma}\vec{n})\varphi_1).$$

Рационально работать прямо в терминах "штрихованных" спиноров (5).

С другими мультиплетами (35,56 и т.д.) ситуация аналогична[2]. Там также с помощью аналогичных (5) спиновых вращений можно перейти к новым ("штрихованным") величинам, преобразующимся по обычной $SU(6)$. Тогда амплитуды также строятся по правилам группы $SU(6)$.

5. Из просуммированных по спиновым состояниям сечений выпадают матрицы $S(\vec{p})$. Действительно, $\sum_s \varphi'(s)\varphi'^{+}(s) = S\sum_s \varphi(s)\varphi^{+}(s)S^{-1} = SS^{-1} = 1$. Таким образом, мы приходим к важному выводу, что все следствия для просуммированных по поляризациям сечений <u>не зависят от выбора векторов e_μ^i. Эти следствия таковы, как если бы мы строили сечения по правилам $SU(6)$, не обращая внимания на то, что импуль-</u>

сы отличны от нуля. Правильность выбора базиса может быть проверена только при обсуждении поляризационных эффектов.

6. Поскольку полученная группа есть группа внутренней симметрии, коммутирующая со свободными уравнениями, то не возникает вопроса об упругой унитарности. Так, в простом случае рассеяния унитарного синглета на кварке [3] амплитуда рассеяния имеет вид $A\left(\cos\frac{\theta}{2} - i\sin\frac{\theta}{2}(\vec{\sigma}\vec{n})\right)$, что означает следующую связь фаз: $\delta^{-}_{\ell+1} = \delta^{+}_{\ell}$, т.е. при данном полном моменте j фазы вырождены по орбитальному моменту ℓ.

7. Вместе с тем, полученная группа $SU_x(6)$, по-видимому, может быть применима только при очень больших энергиях, нивелирующих различия в массах состояний, входящих в один мультиплет, подобно тому, что применение изотопической групп оправдано только при энергиях, превышающих электромагнитные расщепления масс. При низких энергиях $SU_x(6)$ может сильно противоречить опыту.

Таким образом, получена динамическая (как и $SU_x(6)$) релятивистская группа $SU_x(6)$, коммутирующая с уравнениями движения, внутренне состоятельная и изоморфная $SU(6)$. Следствия из этой группы и предсказания будут рассмотрены в другом месте.

Авторы выражают сердечную благодарность А.Н.Заславскому, Б.Л.Иоффе, И.Ю.Кобзареву, М.А. Маркову, Б.В.Струминскому, А.Н.Тавхелидзе, В.Тыбору за обсуждение и замечания.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило в редакцию
10 июля 1966 г.

Литература

[1] H.I.Lipkin, S.Meshkov, Phys.Rev.Lett., 14, 670, 1965.
R.F.Dashen, M.Gell-Mann. Phys.Lett., 17, 145, 1965;
K.J.Bernes. Phys.Rev., 139B, 947, 1965.

[2] В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов. Препринт ОИЯИ, Р-2698, Ядерная физика 4, вып. 4, 853, 1966 (в печати).

[3] Б.В.Гешкенбейн, Б.Л.Иоффе, М.С.Маринов, В.И.Рогинский. Письма ЖЭТФ I, вып. 6, 23, 1965.

---

1) Эта группа возникла как подгруппа рассмотренной нами ранее [2] бесконечно-параметрической группы; группа $SU_w(6)$ - это частный случай $SU_x(6)$.

2) Преобразования для 35,56 и 189-плетов можно найти в работе авторов [2] (см. § 5 и приложение 4).