О КРИТЕРИИ ТРЕЙМАНА - ЯНГА ДЛЯ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ

И.С.Шапиро, В.М.Колыбасов

Если реакция протекает путем обмена частицей с нулевым спином, то, как известно, ее полюсной характер можно проверить при помощи критерия Треймана-Янга [I] . Ранее [2] было показано, что для нерелятивистских частиц существует ряд случаев, когда критерий Треймана-Янга применим несмотря на то, что спин полюсной частицы j_i отличен от нуля (в частности при $j_i = 1/2$). К настоящему времени появились статьи [3,4] , авторы которых утверждают, что критерий Треймана - Янга выполняется и в релятивистском случае при обмене частицей со спином I/2. Мы покажем ниже, что I) это утверждение неверно; 2) ряд случаев выполнения критерия Треймана - Янга, приведенных в [2] , остается справедливым для ядерных реакций при высоких энергиях, когда левая вершина диаграммы рисунка - нерелятивистская, а правая - релятивистская.

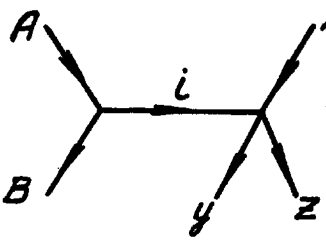
I. Выполнение критерия Треймана - Янга в нерелятивистском случае при j_i = I/2 связано с тем, что, во-первых, частица со спином I/2 не имеет выстроенности и более высоких поляризационных моментов, и, во-вторых, спиновые волновые функции не изменяются при галилеевских преобразованиях (нет релятивистского поворота спина). Простой пример показывает, что для релятивистских частиц положение меняется. Вычислим по фейнмановским правилам амплитуду M реакции

$$A + x \rightarrow B + y + z, \qquad (I)$$

соответствующую диаграмме рисунка, если A, i и y - частицы со спином I/2 и массой m, а B, x и z - скалярные частицы. Пусть константа связи в левой вершине равна g, а амплитуда процесса $i+x \to y+z$ есть $ia\hat{q}-b$; a и b - инвариантные формфакторы. При этом [5]

$$M = i\,\frac{(2\pi)^4 g}{\sqrt{2\omega'_B}}\,\bar{u}_z\,(ia\hat{q}-b)\,\frac{i\hat{p}_i - m}{p_i^2+m^2}\,u_A. \qquad (2)$$

Здесь u_z и u_A - спиноры, соответствующие частицам z и A, нормированные так, что $u^+u = p^0/m$. Через ω_B обозначена энергия частицы B. Для упрощения формул допустим, что g, a и b являются действительными величинами. Обозначим через F квадрат модуля амплитуды реакции (I), просуммированный по спиновым состояниям



Полюсная диаграмма

конечных частиц и усредненный по спиновым состояниям начальных частиц. Через F_1 и F_2 обозначим аналогичные величины для реакций $A \to B+i$ и $i+x \to y+z$. Отметим, что F_1 является функцией лишь переменной $t = -(p_B - p_A)^2$, а F_2 зависит от t, $s' = -(p_y+p_z)^2$ и $t' = -(p_z - p_x)^2$. Из (2) получаем

$$\frac{p_i^2+m^2}{(8\pi)^2}F = 4m^2F_1F_2 + \frac{g^2(p_i^2+m^2)}{4m^2\omega_B}\big[-(p_Ap_y)(b^2+a^2q^2)+ \qquad (3)$$
$$+2a^2(p_Aq)(p_yq)+2abm(p_yq)+m^2(a^2q^2-b^2)-2abm(p_Aq)\big].$$

Таким образом, кроме членов, зависящих от t, t' и s', выражение (3) для F содержит также члены вида (p_Ap_y) и (p_Aq), зависящие от $t_{Ay} = -(p_A - p_y)^2$ и $s = -(p_A + p_x)^2$. При трейман-янговском вращении F^{d} будет изменяться, являясь линейной функцией

$\cos\varphi$ (φ - угол Треймана-Янга). Подобная ситуация имеет место даже если в амплитуде процесса $i+x\to y+z$ оставить только скалярную часть (т.е. если $a=0$), а следовательно и в том случае, когда реакция $i+x\to y+z$ является резонансной. (Именно такие реакции рассмотрены в [3,4]).

2) Члены, зависящие от t_{Ay} и s и мешающие разбиению F на два сомножителя (F_1 и F_2), содержат ($p_i^2+m^2$) и в случае нерелятивистской левой вершины имеют порядок малости

$$\frac{p_i^2+m^2}{m^2}\sim\left(\frac{v_i}{c}\right)^2\ll 1 \tag{4}$$

независимо от того, является ли правая вершина релятивистской или нет. Если выполнено условие (4), то критерий Треймана-Янга будет применим при произвольных энергиях частиц x, y, z в следующих трех случаях: а) j_i = 0 или I/2; б) j_i произвольно, но $\ell_{iB}=0$, где ℓ_{iB} -орбитальный момент относительного движения частиц i и B в) j_{iB} = 0 или I/2, где j_{iB} - суммарный спин частиц i и B.

Отметим, что распределение по углу Треймана-Янга должно быть симметрично относительно $\varphi=0$ независимо от того, какими диаграммами описывается амплитуда реакции (I). Это следует из инвариантности по отношению к отражению в плоскости, образованной импульсами частиц A, B и i в антилабораторной системе (системе, в которой $\vec{p}_x=0$).

В работе [3] упоминается о симметрии в распределении по углу Треймана-Янга, которая выражается соотношением $F(\varphi=0)=F(\varphi=\pi)$. Формулы (I7)-(20) работы [2] показывают, что такое соотношение не имеет места, так как в выражение для F входят и четные, и нечетные степени $\cos\varphi$. Это можно проиллюстрировать простым примером. Пусть частицы A, B, x, y, z - скалярные, а частица i - псевдовекторная (y и z не обязательно тождественны). Введем единичные вектора $\vec{n}, \vec{k}, \vec{\ell}$, направленные по относительным скоростям частиц B и i, i и x, y и z. Амплитуда левой вершины диаграммы рисунка есть $a(\vec{S}\vec{n})$, правой - $\left[b(\vec{S}\vec{k})+c(\vec{S}\vec{\ell})\right]$. Для F имеем

$$F=|a|^2|b|^2(\vec{n}\vec{k})^2+|a|^2|c|^2(\vec{n}\vec{\ell})^2+|a|^2(bc^*+b^*c)(\vec{n}\vec{k})(\vec{n}\vec{\ell}). \quad (5)$$

Величины $(\vec{n}\vec{k})$ и $(\vec{k}\vec{\ell})$ не меняются при трейман-янговском вращении, а $(\vec{n}\vec{\ell})$ следующим образом связано с $\cos\varphi$

$$(\vec{n}\vec{\ell})=(\vec{n}\vec{k})(\vec{k}\vec{\ell})+\left[(1-(\vec{n}\vec{k})^2)(1-(\vec{n}\vec{\ell})^2)\right]^{1/2}\cos\varphi. \quad (6)$$

Поэтому F (см. (5)) содержит как первую, так и вторую степень $\cos\varphi$.

Вообще в нерелятивистском случае можно утверждать, что величина F, соответствующая диаграмме рисунка с произвольным спином j_i, является полиномом n-ной степени от $\cos\varphi$, причем $n\leq\min\{2\ell_{iB}, [j_{iB}], [j_i], [j_{ix}], 2L\}$, где $[j]=2j$ при целом j и $[j]=2j-1$ при полуцелом j; j_{ix} - суммарный спин частиц i и x. Величина L - это геометрическая разность спинов входного (j_{ix}) и выходного (j_{yz}) каналов реакции $i+x\to y+z$ (см. [2]), $|j_{ix}-j_{yz}|\leq L\leq(j_{ix}+j_{yz})$. Сформулированное выше утверждение вытекает из соотношения (6) данной заметки и формул (17)-(20) работы [2]. В релятивистском случае можно утверждать лишь, что $n\leq 2j_i$ как при целом, так и при полуцелом j_i [6].

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступило в редакцию
27 июля 1966 г.

Литература

[1] S.B.Treiman, C.N.Yang. Phys. Rev. Lett., 8, 140, 1962.

[2] I.S.Shapiro, V.M.Kolybasov, G.R.Auget. Nucl. Phys., 61,353, 1965. Proc. Int. Conf. on nuclear physics, Paris, 1964, vol IJ p. 991, 1964.

[3] L.I.Gutay, I.E.Lanutti, P.L.Csonka, M.I.Moravcsik, M.D.Scadron. Phys. Lett., 16, 343, 1965.

[4] C.Zemach. Phys. Rev., 140, B 109, 1965, p.114.

[5] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, М., 1959.

[6] A.S.Goldhaber. Phys. Rev., 135, B 508, 1964.