ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ И ВОЗМОЖНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Петер Дж.Вестервельт

Департамент Физики, Университет Брауна, Провиденс, Род Айланд[1)]

В этом письме обсуждается практическая осуществимость недавно предложенных [I,2] опытов по генерации и обнаружению гравитационных волн [2)]. При этом для оценки верхней границы эффективности генерации гравитационной энергии используется классическая теория гравитационного тормозного излучения [3,4] .

Следуя системе обозначений Ландау и Лифшица [5] , поток энергии в плоской слабой гравитационной волне, которая распространяется по направлению оси x, можно выразить через

$$ct^{01} = c^3(16\pi k)^{-1}\left[\dot{\psi}_{23}^2 + 1/4\,(\dot{\psi}_{22} - \dot{\psi}_{33})^2\right], \quad (\mathrm{I})$$

или

$$ct^{01} = c^3(64\pi k)^{-1}\left[\dot{\psi}^2 + 4\,(\dot{\psi}_{23}^2 - \dot{\psi}_{22}\dot{\psi}_{33})\right]. \quad (2)$$

Поскольку $\psi = \psi_{22} + \psi_{33}$, эти выражения идентичны. Для цилиндрически симметричных радиаторов ψ_{23} и одно из двух выражений, ψ_{22} или ψ_{33} , исчезает в подходящей системе координат [3] и уравнение (2) получит вид

$$ct^{01} = c^3(64\pi k)^{-1}\,\dot{\psi}^2, \quad (3)$$

откуда гравитационный вектор Пойнтинга

$$S=-(64\pi k)^{-1}c^4\dot\psi\nabla\phi\ . \qquad (4)$$

Этот результат упрощает обработку некоторых цилиндрически симметричных полей, поскольку ψ удовлетворяет скалярному волновому уравнению

$$\Box\psi=-16\pi c^{-4}k\tau\ , \qquad (5)$$

в котором для нерелятивистских макроскопических тел $\tau=-\mu_0 c^2$, где μ_0 - зависящая от времени плотностью массы покоя.

В предыдущей работе [4] автор получил цилиндрически симметричные компоненты гравитационных полей, возникающих в результате излучения и поглощения светового импульса пренебрежимо малой продолжительности. Используя эти результаты, можно легко показать, что $\dot\psi$ является суммой монопольных и дипольных полей, возникающих от излучателя и поглотителя, так что $\dot\psi=[\dot\psi_m+\dot\psi_d]_{изл}+[\dot\psi_m+\psi_d]_{погл}$.
В волновой зоне

$$\dot\psi=4c^{-3}kpR_0^{-1}[(1-\cos\phi)^{-1}\sin^2\phi]\times$$
$$\{\delta[x^0-R_0]-\delta[x^0-R_0-L(1-\cos\phi)]\}\ , \qquad (6)$$

где R_0 длина вектора от излучателя до точки поля, L — длина вектора от излучателя до поглотителя и ϕ - угол между R_0 и L . Поле $\dot\Psi$ (t) , возникающее от электромагнитной волны с произвольным количеством движения F (t) , получается из функции Грина, а именно

$$\dot\Psi(t)=p^{-1}\int_{-\infty}^{+\infty}\dot\psi(t-t')\,F(t')\,dt'\ . \qquad (7)$$

Для прямоугольного волнового импульса с конечной продолжительностью T и полным количеством движения p

$$F(t')=pT^{-1}[\theta(t')-\theta(t'-T)]\ . \qquad (8)$$

Объединяя уравнения (7) и (8), для поля $\dot\Psi$ получаем

$$\dot\Psi=4c^{-3}kpT^{-1}R_0^{-1}[(1-\cos\phi)^{-1}\sin^2\phi]\times \qquad (9)$$
$$\{\theta[ct-R_0]-\theta[ct-R_0-cT]-\theta[ct-R_0-L(1-\cos\phi)]$$
$$+\theta[ct-R_0-L(1-\cos\phi)-cT]\}\ .$$

Из этого выражения полная энергия радиации ε находится интегрированием уравнения (3) или (4) по всему времени и по поверхности, которая окружает источник. Для коротких импульсов, когда $T \leqslant 2L/c$,

$$\varepsilon = 8/3\, k\, (cp)^2 c^{-5} T^{-1} [1 - 3/4\, (cTL^{-1}) + 1/4\, (cTL^{-1})^2 - \tfrac{1}{32}\, (cTL^{-1})^3] \,, \tag{10}$$

а для длинных импульсов, когда $T \geqslant 2L/c$

$$\varepsilon = 4/3\, k\, (cp)^2 L\, c^{-6} T^{-2}. \tag{11}$$

Прежде чем обсуждать этот результат, интересно вычислить поток гравитационной энергии и полную мощность, возникающую в результате излучения и поглощения идеально коллимированного луча света, когда интенсивность луча на 100% модулирована с частотой ω, т.е.

$$F(t') = c^{-1} P_E\, (1 - \cos \omega t') \,, \tag{12}$$

где P_E - средняя энергия луча света. Объединяя уравнения (12) и (7), можно найти гравитационное поле, которое мы можем вставить в уравнение (4), и усреднив по времени получить

$$S = (kc^{-5})\, P_E^2\, (4\pi R_o^2)^{-1} \{1 - \cos [k_m L (1 - \cos \phi)]\} \times [(1 - \cos \phi)^{-2} \sin^4 \phi]\, n \,, \tag{13}$$

где $n = R_o/R_o$, $k_m = \omega/c$ и L - расстояние между излучателем и поглотителем. Полная гравитационная мощность P_G, которая находится интегрированием (13) по закрытой поверхности, равна:

$$P_G = 4/3\, (kc^{-5})\, P_E^2\, [1 + 3/4\, (k_m L)^{-3} (\sin 2k_m L - 2k_m L)] \,. \tag{14}$$

Когда расстояние между излучателем и поглотителем велико по сравнению с гравитационной длиной волны $k_m L \gg 1$ и

$$P_G = 4/3\, (kc^{-5})\, P_E^2 \,, \tag{15}$$

гравитационная мощность не зависит от частоты модуляции[3]. Результаты, заключенные в уравнениях (I3) и (I5), согласуются с работой Розе (3).

Верхнюю границу для гравитационной мощности можно получить из уравнения (I5). Отношение P_G/P_E равно лучевой мощности, разделенной на ($3/4\, c^5 k^{-1}$) астрономически большую постоянную $\sim 10^{60}$ эрг/сек. Эта космическая постоянная случайно равняется полной мощности, которая пересекает оптический край расширяющейся вселенной Фридмана; она равна также скорости создания энергии покоя в стационарной модели Хойла. Таким образом, получается, что никакое явление, происходящее в планетарных солнечных, или галактических масштабах не может генерировать доступные измерению гравитационные мощности [4]. При этом исключено, конечно, обсуждение мощности, передаваемой действием гравитационных индукционных полей, например, приливные эффекты.

Наконец, для коэффициента полезного действия, с которым генерируются короткие импульсы гравитационной энергии из уравнения (I0) при $T \ll 2L/c$, получаем

$$\varepsilon_G = 8/3\, k(pc)^2 c^{-5} T^{-1} \, . \qquad (I6)$$

Энергия, возникающая при излучении (пренебрегая поглощением), равна $1/2\,\varepsilon_G$, и заменяя для светового импульса $pc = \varepsilon_E$, мы находим

$$1/2\ \varepsilon_G / \varepsilon_E = 4/3\,(kc^{-5})\,\varepsilon_E / T \, . \qquad (I7)$$

Эта величина опять пренебрежимо мала для любых реальных значений энергии ε_E или продолжительности импульса T.

Автор благодарен Симану [6] и Людвигу [7] за проверку применимости скалярной теории. Гох [8] сделал предварительное вычисление излучения гравитационных импульсов. Морин [9] проделал предварительные вычисления поглощения энергии активным детектором во внешнем гравитационном поле; эти вычисления усовершенствовал Куперсток [10].

Литература

[1] У.Х.Копвиллем и В.Р.Нагибаров. Письма ЖЭТФ, 2, 329, 1965.

[2] В.Б.Брагинский. УФН, 8, 513, 1966.

[3] M.E.Rose, Ed., Proceedings of the Eastern Theoretical Physics Conference, Gordon and Breach, Science Publishers Inc., New York - London, 1963.

[4] P.J.Westervelt. Acta Physica Polonica, 27, 831, 1965.

[5] L.D.Landau, E.M.Lifshitz, Classical Theory of Fields, Addison-Wesley Co., Inc., Reading, Mass., U.S.A. 1962.

[6] R.Siemann, Bachelor of Science Thesis, Department of Physics, Brown University, 1964.

[7] G.Ludwig, Doctor of Philosophy Thesis, Department of Physics, Brown University, 1966.

[8] P.Hoch, Master of Science Thesis, Department of Physics, Brown University, 1964.

[9] S.Morin, Bachelor of Science Thesis, Department of Physics, Brown University, 1965.

[10] F.Cooperstock, Doctor of Philosophy Thesis, Department of Physics, Brown University, 1966.

---

1) Эта работа была частично поддержана Комиссией по Атомной Энергии США.

2) Высокочастотное гравитационное излучение, которое должно быть, по требованию авторов [1], результатом осцилляции квадрупольного момента, электронного облака, не может происходит, так как этот момент в следующем смысле ортогонален моменту заряда. Распределение квадруполя заряда $D^e_{\alpha\beta}$ по поверхности может излучить в высокой степени коллимированный луч электромагнитных волн в направлении, перпендикулярном поверхности. Квадруполь массы $D^m_{\alpha\beta}$, пропорциональный $D^e_{\alpha\beta}$, не будет излучать соответствующей гравитационной мощности, так как угловое распределение интенсивности гравитационного излучения

$$dI^m = k(36\pi c^5)^{-1}\left[1/4\,(\dddot{D}^m_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta)^2 + 1/2\,(\dddot{D}^m_{\alpha\beta})^2 - \dddot{D}^m_{\alpha\beta}\dddot{D}^m_{\alpha\gamma} n_\beta n_\gamma\right] d\Omega,$$

резко отличается от углового распределения электромагнитной интенсивности, данной уравнением

$$dI^e = (36\pi c^5)^{-1}\left[1/4\,\dddot{D}^e_{\alpha\beta}\dddot{D}^e_{\alpha\gamma} n_\beta n_\gamma - 1/4\,(\dddot{D}^e_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta)^2\right] d\Omega.$$

В частности, в направлении, в котором dI^e имеет максимум dI^m равно нулю.

3) В случае, когда $k_m L \ll 1$, излучатель становится точечным квадруполем, и уравнение (14) дает результат, идентичный со средним по времени $1/45\,(kc^{-5})\,\dddot{D}^2_{\alpha\beta}$, где $D_{\alpha\beta}$ - тензор квадрупольного момента системы, включая энергию электромагнитного поля.

4) Автор не верит, что пассивные детекторы гравитационных волн в принципе можно осуществить. Активные детекторы, т.е. генераторы гравитационных волн, в принципе, могут мерить радиацию от другого источника. Этот вопрос будет предметом следующего сообщения автора (совместно с Ф.Куперстоком и Г.Людвигом).