ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОГРАНИЧЕННОГО ИОННОГО ПУЧКА

Ю.С.Попов

Известно [1], что в неограниченной плазме ионный пучок устойчив по отношению к возбуждению продольных электростатических колебаний в диапазоне скоростей

$$1 > \frac{V^2}{c_e^2} > \frac{\omega_1^2}{\omega_e^2}\left[1+\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{2/3}\right]^3 . \qquad (1)$$

Здесь ω_1, ω_2, ω_e - ленгмюровские частоты ионов пучка, ионов плазмы и электронов, V - скорость пучка, c_e - тепловая скорость электронов.

Однако, если ионный пучок ограничен и проходит в плазме между двумя поверхностями, находящимися при одинаковом потенциале, он может оказаться неустойчивым по отношению к образованию "виртуального анода", несмотря на условие (1). Физически это связано с тем, что при положительных возмущениях потенциала число электронов в объеме постоянно.

Для простоты рассмотрим одномерный плоский ионный пучок длины L, скомпенсированный электронами. Система уравнений для малых возмущений имеет вид:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + V\frac{\partial n_1}{\partial x} + N\frac{\partial v_1}{\partial x} = 0 , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + V\frac{\partial v_1}{\partial x} = -\frac{e}{M}\frac{\partial \varphi}{\partial x} , \qquad (3)$$

$$n_e = \frac{eN\varphi}{mc_e^2} + n_0 , \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -4\pi e\,(n_1 - n_e) \tag{5}$$

Граничные условия:

$$\varphi(t)\Big|_{x=0} = n_1(t)\Big|_{x=0} = v_1(t)\Big|_{x=0} = \varphi(t)\Big|_{x=L} = 0. \tag{6}$$

Сохранение во времени числа электронов:

$$\int_0^L n_e\, dx = 0 . \tag{7}$$

В уравнениях (2)-(7) использованы стандартные обозначения, индекс "I" - относится к ионам, индекс "e" - к электронам.

Аналогичная задача для электронного пучка, скомпенсированного бесконечно тяжелыми ионами, решена в [2] . В нашей задаче электроны можно считать безинерционными, распределение которых в пространстве следует закону Больцмана (4). Будем искать решение системы (2) -(7) в виде $a(x)\,e^{\omega t}$, где $a(x)$ - амплитуды возмущений. Тогда, считая $\omega \to 0\,(\omega \ll V/L)$ и удерживая только линейные члены по ω , можно получить следующее условие существования решения:

$$\begin{gathered} 2(\mathrm{ch}\,\varkappa L - 1) - \gamma\,\varkappa L\,\mathrm{sh}\,\varkappa L + \\ + \gamma\frac{L\omega}{V}\,\left[\varkappa L\,\mathrm{sh}\,\varkappa L - 2(\mathrm{ch}\,\varkappa L - 1)\right] = 0, \end{gathered} \tag{8}$$

где $\varkappa = \left(\omega_e^2/c_e^2 - \omega_1^2/V^2\right)^{1/2}$ - действительная положительная величина, $\gamma = mc_e^2/MV^2 < 1$. Из (8) видно, что если $\varkappa L = (\varkappa L)^*$ удовлетворяет уравнению

$$2(\mathrm{ch}\,\varkappa L - 1) - \gamma\,\varkappa L\,\mathrm{sh}\,\varkappa L = 0, \tag{9}$$

то единственным решением (2)-(7) является решение с $\omega = 0$. Если $\varkappa L > (\varkappa L)^*$ решение может быть только при вещественном $\omega > 0$, а при $\varkappa L < (\varkappa L)^*$ - только с вещественным $\omega < 0$. Если $\gamma < 0{,}5$, то с большой точностью решение (9) есть

$$(\varkappa L)^* \approx 2/\gamma \tag{10}$$

и критическая плотность тока равна

$$j^* \approx \frac{1}{\gamma(1-\gamma)} \frac{2}{\pi} \left(\frac{2e}{M}\right)^{1/2} \frac{\varphi_0^{3/2}}{L^2} \quad . \tag{11}$$

Полагая $\gamma = mc_e^2/MV^2 = T_e/2\varphi_0$, где T_e - температура электронов, а $e\varphi_0$ - энергия ионов пучка, получаем при

$$T_e \ll \varphi_0 < \frac{M}{2m} T_e$$

$$j^* \approx \frac{\varphi_0}{T_e} \frac{4}{\pi} \left(\frac{2e}{M}\right)^{1/2} \frac{\varphi_0^{3/2}}{L^2} \quad . \tag{12}$$

Инкремент на пороге неустойчивости при $\gamma \ll 1$ равен

$$\omega \approx \alpha \frac{V}{L} \quad , \tag{13}$$

где $\alpha = \varkappa L - (\varkappa L)^*/(\varkappa L)^*$. Поэтому можно ожидать, что при $j \approx 2j^*$ время нарастания будет порядка времени пролета.

Автор выражает благодарность А.В.Жаринову за предложение рассмотреть задачу и полезное обсуждение.

Поступило в редакцию
20 июля 1966 г.

Литература

[1] А.А.Веденов, Е.П.Велихов, Р.З.Сагдеев. Успехи физ.наук, 73, 701, 1961.

[2] J.R.Pierce. J.Appl. Phys., 15, 721, 1944.