ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭКСИТОННОГО ТИПА В ГАЗЕ

А.П.Казанцев

В настоящей заметке рассматриваются коллективные возбуждения в газе, близкие по своему характеру к экситонам Френкеля в молекулярных кристаллах.

В не очень сильно разряженном газе, когда длина волны излучения на частоте перехода больше расстояния между частицами, основную роль во взаимодействии атомов играет диполь-дипольное взаимодействие

$$V(r) = (d_1\, d_2)/r^3 - 3(d_1\, r)(d_2\, r)/r^5, \qquad (1)$$

а эффектами запаздывания часто можно пренебречь.

Как будет видно из дальнейшего, имеется две характерные области значений плотности атомов n. При малых плотностях дисперсия колебаний связана с тепловым движением атомов, и рассмотрение в этом случае может быть проведено в приближении самосогласованного поля.

При больших n дисперсия колебаний связана с конечным расстоянием между частицами, и мы имеем дело с экситонами в неупорядоченной системе. Функция распределения плотности состояний была найдена в этом случае Власовым и Фурсовым [1]. Ниже также найдена характерная частота релаксации, обусловленной тепловым движением атомов.

I. Рассмотрим сначала случай малых n. Уравнение движения для функции распределения атомных диполей $P(r, v, t)$ имеет вид:

$$i\left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma + \left(V\frac{\partial}{\partial r}\right) + i\omega_0\right) P = \frac{d^2}{\hbar} E\, f(v), \qquad (2)$$

где ω_0 – частота перехода, γ – частота релаксации, связанная со столкновениями атомов, d – матричный элемент дипольного момента, $f(v)$ – функция распределения атомов по скоростям, которую можно считать максвелловской:

$$f(v) = (\sqrt{\pi}\, s)^{-3} e^{-v^2/s^2}. \qquad (3)$$

В приближении самосогласованного поля электрическое поле можно выразить через функцию распределения P:

$$E(r, t) = n\frac{\partial}{\partial r} \int d^3r'\, d^3v \left(P(r', v, t)\frac{\partial}{\partial r}\right) |r - r'|^{-1} + \text{к.с.} \qquad (4)$$

Из уравнений (2) и (4) для плоских волн ($\sim e^{i((k\cdot r) - \omega t)}$) находим дисперсионное уравнение для продольных и поперечных колебаний:

$$\Omega_{\parallel,\perp} \int \frac{f(v)\, d^3 v}{\omega_{\parallel,\perp} - \omega_0 - (k\cdot v) + i\gamma} = 1, \quad \Omega_{\parallel} = -\frac{2}{3}\Omega_0, \quad \Omega_{\perp} = \frac{1}{3}\Omega_0;$$

$$\Omega_0 = 4\pi n d^2 / h. \tag{5}$$

Отсюда для длинных волн ($kD << 1$, $D = s/\Omega$) приближенно имеем:

$$\mathrm{Re}\,\omega = \omega_0 + \Omega\left(1 + \frac{1}{2} k^2 D^2\right),$$

$$\mathrm{Im}\,\omega = -\gamma - \frac{\sqrt{\pi}\,\Omega}{kD}\, e^{-1/k^2 D^2}. \tag{6}$$

Соотношения для продольных и поперечных волн получаются из (6) заменой Ω на $\Omega_{\parallel}$ или $\Omega_{\perp}$ соответственно. Приближение самосогласованного поля справедливо при условии, что радиус "коллективных" сил D_0 велик по сравнению с расстоянием между частицами:

$$n D_0^3 >> 1. \tag{7}$$

Интересно отметить, что условие (7) определяет также область парных столкновений атомов с передачей возбуждения, изученных в работах[2-7]. Действительно, амплитуда рассеяния r_0, определяемая из условия $V(r_0)t_0/h \gtrsim 1$, где $t_0 = r_0/s$ – время столкновения, имеет порядок $r_0 \sim d/\sqrt{sh}$. Таким образом, критерий парных столкновений $nr_0^3 << 1$ совпадает с неравенством (7). Эта ситуация аналогична случаю идеальной плазмы, когда в сфере дебаевского радиуса находится много частиц.

Для частоты релаксации, связанной с передачей возбуждения при столкновении атомов, имеем $\gamma \sim \Omega_0$, так что затухание длинноволновых колебаний определяется в основном столкновениями.

2. При более высоких плотностях, когда $n r_0^3 >> 1$, тепловое движение атомов играет второстепенную роль. В этом случае можно говорить об экситоне в системе случайно расположенных атомов. Дисперсия экситонов вблизи дна зоны (малые k) имеет вид:

$$\omega = \omega_0 + \Omega\left(1 + 0\left(k^2 n^{-2/3}\right)\right). \tag{8}$$

Для точного вычисления коэффициента перед k^2 необходимо учесть многократное рассеивание возбуждений на атомах, что представляет собой очень сложную задачу. Если, однако, ограничиться рассмотрением упрощенной модели, пренебрегая корреляцией в величине и ориентации диполей, то функция распределения плотности состояний может быть найдена хорошо известным методом [8]. Чтобы оценить частоту релаксации из-за теплового движения атомов, мы рассмотрим функцию распределения $W(\Delta, \dot{\Delta})$ для частот $\Delta = \omega - \omega_0$ и "ускорений" $\dot{\Delta} \equiv d\Delta/dt$:

$$W(\Delta, \dot{\Delta}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int dt\, d\tau\, e^{i\Delta t + i\dot{\Delta}\tau - nC(t,\tau)},$$

$$C(t, \tau) = \int d_r^3 \; d_v^3 \; f(v)[1 - e^{itV(r)/h + i\tau(\frac{\partial V(r)}{\partial r} v)/h}]. \tag{9}$$

Предполагая для определенности, что все диполи параллельны друг другу, для $W(\Delta)$ получаем из (9) дисперсионное выражение, близкое к полученному в [1]:

$$W(\Delta) = \frac{\Delta_o/\pi}{\Delta^2 + \Lambda_o^2}, \quad \Delta_o = \frac{2\pi\Omega_o}{9\sqrt{3}}. \tag{10}$$

Вычисление совместного распределения $W(\Delta, \dot{\Delta})$ весьма сложно. Однако функция распределения для $\dot{\Delta}$ имеет сравнительно простой, близкий к дисперсионному вид:

$$W(\dot{\Delta}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dx \cos\left(\frac{\dot{\Delta} x}{\dot{\Delta}_o}\right) e^{-x^{3/4}}, \quad \dot{\Delta}_o = \frac{3}{4} (2\pi)^{1/3} n^{1/3} s\, \Omega_o. \tag{11}$$

Частоту релаксации можно определить как характерное обратное время диффузии по "энергетической оси" $h\Delta$:

$$\gamma = \frac{\dot{\Delta}_o}{\Delta_o} = \frac{27\sqrt{3}}{4(2\pi)^{2/3}} n^{1/3} s. \tag{12}$$

Физически этот результат означает следующее. Затухание возбуждений связано с временными флуктуациями частиц в сфере взаимодействия радиуса r_o. Ввиду того, что потенциал взаимодействия (1) является быстро убывающим, эти флуктуации определяются ближайшим соседом (парные столкновения). Учитывая, что сечение парных столкновений в этом случае есть квадрат расстояния между частицами ($\sigma \sim n^{-2/3}$), и пользуясь соотношением $\gamma = n\sigma s$, получаем выражение (12).

Автор признателен В. Л.Покровскому за полезное обсуждение.

Институт физики полупроводников
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
3 октября 1966 г.

Литература

[1] А.А.Власов, В.С.Фурсов. ЖЭТФ, 9, 783, 1939.
[2] А.А.Власов, В.С.Фурсов. ЖЭТФ, 6, 750, 1936.
[3] F.Byron, H.M.Foley. Phys.Rev., 134A, 625, 1964.

[4] М.И.Дьяконов, В.И.Перель. ЖЭТФ, 48, 345, 1965.
[5] A.Omont. J.Phys., 26, 26, 1965.
[6] А.И.Вайнштейн, В.М.Галицкий. Препринт, ИЯФ, 1965.
[7] А.П.Казанцев. ЖЭТФ 51, 12, 1966 (в печати).
[8] С.Чандрасекар. Стохастические проблемы в физике и астрономии. Изд. иностр. лит., 1947.