# АНОМАЛЬНОЕ ДИФФУЗНОЕ МЁССБАУЭРОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ НА МАЛЫЕ УГЛЫ В КРИСТАЛЛАХ

*Ю.Каган, А.М.Афанасьев*

Как известно, брэгговское рассеяние рентгеновских лучей, в кристаллах сопровождается аномальным диффузным рассеянием в узком интервале углов вблизи диффракционного максимума (которому соответствует на-

правление волнового вектора $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k} + \mathbf{K}$; $\mathbf{K}$ – вектор обратной решетки). При этом дифференциальное сечение рассеяния оказывается пропорциональным $1/\kappa^2$, где $\kappa = \mathbf{k}' - \mathbf{k}_1$ (см. например [1]). Физически этот результат является следствием того обстоятельства, что в регулярном кристалле в силу периодичности фононного спектра в пространстве обратной решетки всегда возможно при рассеянии частиц возбудить фононы предельно малых частот при одновременной передаче заметного импульса.

При рассеянии же на малые углы, хотя и происходит возбуждение фононов малых частот, аномальное рассеяние отсутствует, ибо сечение рассеяния пропорционально квадрату переданного импульса. На первый взгляд этот результат кажется совершенно общим. Однако, оказывается,что при резонансном рассеянии может возникнуть совершенно особая ситуация.

Для потенциального рассеяния эффективное время взаимодействия мало по сравнению с $1/\omega_D$, где $\omega_D$ – характерная частота фононного спектра. В силу этого атом получает импульс отдачи равный $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$. В случае же резонансного рассеяния, если ширина резонансного уровня $\Gamma$ мала по сравнению с $\omega_D$, атом получает раздельно импульс отдачи при поглощении (равный $\mathbf{k}$) и при испускании (равный $-\mathbf{k}'$). Поэтому рассеяние на малые углы не зарезается малой суммарной передачей импульса $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$. Именно такая картина имеет место при резонансном рассеянии $\gamma$-квантов на Мёссбауэровских ядрах, для которых всегда $\Gamma/\omega_D \ll 1$. Амплитуда когерентного резонансного рассеяния $\gamma$-квантов на кристалле ограниченных размеров с испусканием (поглощением) фонона с волновым вектором $\mathbf{q}$ и номером ветви $\alpha$ имеет следующий вид [2, 3] :

$$f_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k};\mathbf{k}',\mathbf{q},\alpha) = -\frac{\Gamma_1'}{2k}\phi_{\lambda\lambda'}(\theta,\theta')\sum_{s}\sum_{\{n''\}} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{R}_s} \cdot$$

$$\cdot \frac{(e^{i\mathbf{k}\mathbf{u}_s})_{\{n\}\{n''\}}(e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{u}_s})_{\{n''\}\{n'\}}}{E_k - E_0 - \sum_\beta \omega_\beta(n'_\beta - n_\beta) + i\Gamma/2}. \qquad (1)$$

Здесь $\phi_{\lambda\lambda'}(\theta, \theta')$ характеризует зависимость амплитуды рассеяния от поляризаций и направлений соответственно падающего $\lambda\theta$ и рассеянного $\lambda'\theta'$ $\gamma$-квантов, $\Gamma_1' = \Gamma_1(2I+1)/2(2I_0+1)$. Все остальные обозначения стандартные.

Состояние $\{n'\}$ отличается от $\{n\}$ только тем, что $n'_{q\alpha} = n_{q\alpha} \pm 1$.

В сумме по $\{n''\}$ основными оказываются члены с $\{n''\} = \{n\}$ и $\{n''\} = \{n'\}$. Легко убедиться, что остальные члены в этой сумме будут вносить в окончательный результат малый вклад порядка $\Gamma/\omega_D$. Принимая это во внимание после простых преобразований находим

$$f_{\lambda\lambda'}(k; k', q, \alpha) = i\,\frac{\Gamma_1'}{2\kappa}\,\phi_{\lambda\lambda'}(\theta, \theta')\, e^{-1/2[Z(k) + Z(k')]}\cdot$$

$$\cdot\,\frac{1}{\sqrt{2MN\omega_{q\alpha}}}\,\sqrt{\bar{n}_{q\alpha} + 1/2 \pm 1/2}\,\left\{\frac{k'e(q,\alpha)}{E_k - E_o + i\Gamma/2} - \frac{ke(q,\alpha)}{E_k - E_o \mp \omega_{q,\alpha} + i\Gamma/2}\right\}\cdot$$

$$\cdot\,\sum_s e^{i(k - k' \mp q)R_s}\,. \qquad (2)$$

Здесь $e^{-Z(k)}$ – вероятность эффекта Мёссбауэра; $\omega_{q\alpha}$, $e(q,\alpha)$, $\bar{n}_{q\alpha}$ – частота, поляризация и среднее число заполнения фонона $q$, $\alpha$. Для простоты мы рассмотрели одноатомный кристалл, и здесь $N$ – число атомов в кристалле, $M$ – масса атома.

Фигурирующая в (2) сумма по $s$ приводит к тому, что $k' = k \mp q$. Для интересующей нас области рассеяния на малые углы в множителе $k'e(q,\alpha)$ и в величине $Z(k')$ можно пренебречь отличием $k'$ от $k$. Кроме того, в этом пределе $\phi_{\lambda\lambda'}(\theta, \theta') \approx \delta_{\lambda\lambda'}$ и при конечных температурах $\bar{n}_{q\alpha} \approx \bar{n}_{q\alpha} + 1 \approx T/\omega_{q\alpha}$.

Перейдем от амплитуды рассеяния к дифференциальному сечению, отнесенному к одному ядру.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k'}} = \frac{1}{4\pi}\,\sigma_t(E_k)\,\frac{\Gamma_1'}{\Gamma}\,e^{-2Z(k)}\,\frac{T}{2M}\,\sum_{\pm}\sum_{\alpha}\frac{|ke(k'-k,\alpha)|^2}{(E_k - E_o \mp \omega_{q\alpha})^2 + \Gamma^2/4}, \qquad (3)$$

где $\sigma_t(E_k)$ – полное сечение рассеяния на отдельном ядре $\sigma_t(E_k) =$

$$= \frac{\pi}{k^2}\,\frac{\Gamma_1'\Gamma}{(E_k - E_o)^2 + \Gamma^2/4}; \qquad E_{k'} = E_k \mp \omega_{q\alpha}.$$

В силу того, что энергия фононов ничтожно мала по сравнению с энергией $\gamma$-квантов, предаваемый импульс $q = k' - k$ перпендикулярен $k$. Поэтому $d\Omega_{k'} = d^2q/k^2 = q\,dq\,d\phi/k^2$, и мы можем непосредственно перейти от (3) к полному сечению, имея в виду, что основной вклад связан с малыми значениями $q$.

$$\sigma = \sigma_t(E_k)\,\frac{\Gamma'}{\Gamma}\,e^{-2Z(k)}\,\frac{T}{4M}\,\sum_{\alpha}\int\frac{d\phi}{2\pi}\,\frac{|ne(\phi,\alpha)|^2}{C_\alpha^2(\phi)}\left\{\ln\frac{[C_\alpha(\phi)q_0]^2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} + \right.$$

$$\left. + \frac{4\Delta}{\Gamma}\,\mathrm{arctg}\,\frac{2\Delta}{\Gamma}\right\}. \qquad (4)$$

Здесь $\Delta = E_k - E_0$, $q_0$ – волновой вектор порядка предельного вектора фононов, $\underline{n} = \mathbf{k}/k$. $C_a(\phi)$ определяется из соотношения $\omega_{qa} = C_a(\phi)q$. Выражения (3), (4) полностью решают рассматриваемую задачу. (В случае, когда концентрация резонансных ядер $\eta$ отлична от единицы, как дифференциальное так и интегральное сечения рассеяния умножаются на $\eta$.) Как следует из формулы (3), в резонансном случае действительно имеет место аномальное диффузное рассеяние на малые углы. Для реально достижимых малых углов при исследовании дифференциального сечения рассеяния $\omega_{qa} >> |\Delta|$, $\Gamma$ и $d\sigma/d\Omega_{k'} \sim 1/q^2$.

Такой резкий характер зависимости от передаваемого импульса позволяет легко выделить аномальное диффузное рассеяние на малые углы. Интересно, что при предельно низких $q$ дифференциальное сечение стремится к конечному пределу (что очень существенно для интегрального сечения). Физически это связано с тем, что при $q < \Gamma/C_{зв}$ соответствующие частоты фононов становятся $< \Gamma$ и для таких колебаний характер рассеяния аналогичен потенциальному.

Интересно, что использование эффекта Мёссбауэра позволяет непосредственно отделить излучение, рассеянное на малые углы (вплоть до $q \sim \Gamma/C_{зв}$), от прошедшего насквозь без рассеяния чисто резонансного излучения. Для этого, очевидно, достаточно измерить ослабление интегральной интенсивности в резонансном поглотителе в зависимости от скорости последнего (см. работу О'Конора и Батта [4]). Таким образом, имеется возможность проанализировать аномальное рассеяние на малые углы и при измерении интегрального сечения рассеяния (4).

Заметим в заключение, что при рассеянии на очень маленьких монокристаллах, когда поперечный размер $L < 2\pi C_{зв}/\Gamma$ сечение рассеяния оказывается ограниченным, поскольку волновой вектор фононов не может быть меньше $q_{min} = 2\pi/L$. При этом в интегральном сечении (4) второй член в квадратных скобках отсутствует, а первый член заменяется на $\ln(q_0/q_{min})^2$.

Поступило в редакцию
22 октября 1966 г.

## Литература

[1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. ГИФМЛ, М., 1959.
[2] Ю.Каган, А.М.Афанасьев. ЖЭТФ, 49,1504, 1965.
[3] А.М.Афанасьев, Ю.Каган. ЖЭТФ, 48, 327, 1965.
[4] D.A.O'Connor, N.M.Butt. Phys. Lett., 7, 233, 1963.