КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХПРОВОДНИКОВ МАЛЫХ РАЗМЕРОВ

Е.А.Шаповал

Известно [1], что критическая температура достаточно малых сверхпроводников (неотожженные пленки) растет с уменьшением размеров. Были сделаны попытки теоретического объяснения этого эффекта. Киржниц и Максимов [2] связывали рост температуры перехода с увеличением эффективной константы взаимодействия электронов в поверхностном слое за счет релеевских волн. Кресин и Тавгер [3] пытались объяснить этот эффект квантованием поперечного импульса электронов в тонких пленках, чего, конечно, на самом деле нет в силу диффузного отражения электронов от поверхности даже очень "хороших" пленок.

Ниже мы покажем, что рост критической температуры малых образцов можно объяснить в рамках теории сверхпроводимости БКШ без привлечения каких-либо новых механизмов спаривания электронов.

В работе автора [4] было показано, что критическая температура (а равным образом и температурная зависимость параметра упорядочивания Δ) не зависит от формы и размеров образца. Упомянутое в этой работе ограничение (размеры образца больше, чем v_F/ω_D), связанное с тем, что обрезание по импульсам в четырехфермионном гамильтониане Бардина приводит к пространственному размазыванию взаимодействия на расстояниях $\sim v_F/\omega_D$ (см., например, [5]), на самом деле не существенно. Действительно, если исходить из более реалистичного гамильтониана Фрелиха и использовать метод, развитый Элиашбергом [6], то можно показать, что при вычислении в уравнении

$$\Delta(r) = |\lambda| \sum_{\omega} F_{\omega}(r, r) \tag{1}$$

обрезание следует производить не по импульсам (или энергиям), а по частотам при $\omega \sim \omega_D^{*}$. Это означает, что ответственное за сверхпроводимость взаимодействие электронов через фононное поле является локальным, но не мгновенным, что связано с малой скоростью распространения возбуждений решетки. Действительно, время жизни виртуального возбуждения $\tau \sim 1/\omega_D$ сравнительно велико, однако за это время оно успевает распространиться лишь на расстояния порядка постоянной решетки $a \sim \tau c$.

Температуру перехода можно определить, находя максимальную температуру, при которой существует нетривиальное решение интегрального уравнения

$$\Delta(r) = |\lambda| T \sum_{|\omega|<\omega_D} \int G_{\omega}(r, r') G_{-\omega}(r, r') \Delta(r') \, dr'. \tag{2}$$

Мы используем, как обычно, температурную технику [5], так что $\omega = (2n+1)\pi T$, G_{ω} – температурная функция Грина нормальных электронов, а λ – константа четырехфермионного взаимодействия. Разлагая, как и в работе [3], G_{ω} по действительным собственным функциям электрона в рассматриваемом образце $\psi_n(r)$, получаем

$$\Delta(r) = |\lambda| T \sum_{|\omega|<\omega_D} \sum_{n,m} \frac{\psi_n(r)\psi_m(r)}{(\xi_n - i\omega)(\xi_m + i\omega)} \int \psi_n(r')\psi_m(r')\Delta(r')dr', \tag{3}$$

где ξ_n – энергия соответствующего состояния, отсчитываемая от уровня Ферми, а суммирование производится по всем состояниям электрона.

Подставляя в правую часть уравнения (3) постоянное значение параметра $\Delta(r) = \Delta$, получаем

$$\Delta(r) = |\lambda| \nu \ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c} \cdot \Delta \overline{\psi_n^2(r)}, \tag{4}$$

где ν – плотность состояний на уровне Ферми, усреднение квадрата волновой функции производится по всем состояниям, лежащим в узком по сравнению с T_c интервале энергии вблизи поверхности Ферми. Если пренебречь граничными эффектами, то это среднее равно $1/V$, и мы получаем результат работы [4] – независимость температуры перехода от формы и размеров образца.

Если учесть граничные эффекты, то вблизи границы на расстояниях порядка $1/p_F$ ψ_n^2 уменьшается, обращаясь в нуль на поверхности образца, а так как интеграл от ψ_n^2 по объему остается равным единице, это приводит к возрастанию среднего квадрата внутри образца:

$$\overline{\psi_n^2(r)} = (V - \frac{\alpha S}{p_F})^{-1}, \tag{5}$$

где V и S – объем и поверхность образца, а коэффициент $\alpha \sim 1$ и зависит от граничных условий. В частности, для плоской поверхности $\alpha = \pi/4$, а

$$\overline{\psi_n^2(r)} = \begin{cases} (V - \dfrac{\pi S}{4p_F})^{-1} & \text{внутри образца} \\ (V - \dfrac{\pi S}{4p_F})^{-1}(1 - \dfrac{\sin 2p_F z}{2p_F z}) & \text{вблизи поверхности} \end{cases} \tag{5a}$$

(ось z перпендикулярна поверхности).

Последний результат применим, если плоские участки поверхности образца превышают $1/p_F$.

Следует далее учесть, что наличие границы приводит к смещению уровня Ферми $E_F = p_F^2/2m$. Эффективный объем, т.е. доступная для электронов область меньше объема образца, согласно (5), на $\alpha S/p$, отсюда находим уравнение, определяющее смещение уровня Ферми:

$$\int_0^{p_F}(1 - \frac{\alpha S}{pV})\,p^2dp = \int_0^{p_o} p^2dp, \tag{6}$$

где p_o – импульс Ферми в бесконечном объеме. Отсюда

$$\nu = \nu_o\,(1 - \alpha S / 2p_o V), \tag{7}$$

где ν_o – плотность состояний для образца бесконечных размеров.

Таким образом, окончательное уравнение, определяющее температуру перехода, можно написать в виде уравнения БКШ:

$$1 = |\lambda| \, \nu_{ef} \ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}, \tag{8}$$

где

$$\nu_{ef} = \nu \overline{\psi_n^2} V = \nu_o \left(1 + \frac{a}{2} \cdot \frac{S}{p_o V}\right) \tag{9}$$

и, таким образом, учитывает оба отмеченных эффекта.

Величина ν_{ef} имеет физический смысл плотности состояний вблизи поверхности Ферми, отнесенной к эффективному объему.

Из (8) и (9) находим поправку к температуре перехода:

$$\frac{\Delta T}{T_c} = \frac{a}{2} \frac{S}{p_o V} \ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}. \tag{10}$$

Аналогичные вычисления легко провести для произвольных температур. Зависимость параметра упорядочения $\Delta(T)$ от температуры сохраняется прежней (в частности, $\Delta(o) = \pi T_c / \gamma$), лишь во всех соответствующих формулах должна фигурировать критическая температура, определяемая уравнениями (8), (9).

Для образцов обычного металла размером порядка 10^{-6} *см* формула (10) предсказывает повышение критической температуры на 10-15%, что находится в хорошем согласии с экспериментальными данными, относящимися к неотожженным тонким пленкам. Такие пленки состоят, по-видимому, из большого числа небольших кристаллитов с размерами порядка или меньше толщины пленки. При отжиге пленок эти кристаллиты "спекаются", что приводит к значительному уменьшению общей поверхности и, следовательно, к соответствующему понижению температуры перехода,что и наблюдается на эксперименте.

В заключение автор выражает благодарность А.А.Абрикосову за интересное обсуждение и полезные замечания.

Физический факультет
Московского Государственного
Университета им. М.В.Ломоносова

Поступило в редакцию
25 октября 1966 г.

Примечание. После того, как было написано наше письмо, вышла из печати очень интересная работа Абелеса, Коена и Каллена [7]. В ней, по-видимому, впервые определялись размеры кристаллитов, из которых состояли исследуемые пленки. Для индия и олова с размерами кристаллитов 110 Å наблюдалось повышение температуры перехода на 10%, что хорошо согласуется с (10) (для этих металлов $\ln[2\gamma\omega_D / \pi T_c = 0{,}36^{-1}$ и $0{,}31^{-1}$ соответственно). Для алюминия ход зависимости T_c от L совпадает с (8) – (9), однако, наблюдаемые значения $\Delta T/T_c$ примерно в четыре раза больше. Возможно, что это вызвано сильной анизотропией и сплошной структурой поверхности Ферми алюминия: полученная для изотропной модели формула (7) здесь не применима – плотность состояний, по–видимому, растет с уменьшением размеров образца, что приводит к еще большему, чем предсказывает (9), росту эффективной плотности.

Литература

[1] W.Buckel, R.Hilsch. Zs. phys. 132, 420, 1952.

[2] Д.А.Киржниц, Е.Г.Максимов. Письма ЖЭТФ, 2, 442, 1965.

[3] В.З.Кресин, Б.А.Тавгер. Письма ЖЭТФ, 2, 442, 1965; ЖЭТФ, 50, 1689, 1966.

[4] Е.А.Шаповал. ЖЭТФ, 47, 1007, 1964.

[5] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962.

[6] Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, 38, 966, 1960.

[7] B.Abeles, W.Roger Cohen, G.W.Cullen. Phys.Rev.Lett., 17, 632, 1966.