Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 9, стр. 373 – 375 10 мая 1985 г.

ПОНДЕРОМОТОРНЫЕ ЭФФЕКТЫ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ АНТЕННЫ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

В.И.Карпман

Исследуется структура ближней зоны антенны в замагниченной плазме с учетом пондеромоторной силы, создаваемой электромагнитным полем. Показано, что если амплитуда силы тока в рамочной антенне превышает некоторое пороговое значение I_0, то структура качественно изменяется. Величина I_0 близка к значениям, достигавшимся в экспериментах.

Нелинейные эффекты в окрестности излучающей антенны – один из важнейших вопросов, возникающих при анализе экспериментов как в лабораторной [1, 2], так и космической [3] плазме. В определенном диапазоне интенсивностей наиболее существенные нелинейные эффекты связаны с изменением плотности плазмы благодаря действию пондеромоторной силы электромагнитного поля. Именно последние рассматриваются в настоящей работе.

Наиболее сильные пондеромоторные эффекты должны быть в ближней зоне антенны, т. е. на малых расстояниях по сравнению с длиной излучаемой волны. При этих условиях токами смещения можно пренебречь, так что уравнение для векторного потенциала **A** магнитного поля принимает вид $\Delta \mathbf{A} = -(4\pi/c)\,\mathbf{j}$, $\nabla \mathbf{A} = 0$. Электрическое поле определяется уравнениями

$$\mathbf{E} = (i\omega/c)\,\mathbf{A} - \nabla\psi, \quad \operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho, \tag{1}$$

откуда следует

$$\operatorname{div}(\hat{\epsilon}\nabla\psi) = (i\omega/c)\operatorname{div}(\hat{\epsilon}\mathbf{A}) - 4\pi\rho, \tag{2}$$

где $\hat{\epsilon} = (\epsilon_{ik})$ – тензор диэлектрической проницаемости плазмы, зависящий от ее плотности N и стационарного магнитного поля $\mathbf{B}_0$; $\mathbf{j}$ и ρ – плотности тока и заряда в антенне. Будем предполагать, что плазма бесстолкновительная и $8\pi NT \ll B_0^2$ (для простоты считаем $T_\parallel = T_\perp$). При этих условиях искажением внешнего магнитного поля пондеромоторными эффектами можно пренебречь и отличные от нуля компоненты $\hat{\epsilon}$ есть $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon$, $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = -ig$, $\epsilon_{zz} = \eta$; они определяются известными выражениями для "холодной" плазмы. Ограничимся далее случаем аксиальной симметрии, когда ось антенны направлена вдоль $\mathbf{B}_0$ (ось z). Вводя цилиндрические координаты r, φ, z, и считая, что искомые величины не зависят от φ, из уравнений магнитной гидродинамики, дополненных пондеромоторной силой имеем

$$N = N_0 \exp\{(32\pi NT)^{-1}[(\epsilon - 1)(|E_r|^2 + |E_\varphi|^2) + (\eta - 1)|E_z|^2 + ig(E_\varphi^* E_r - \text{c.c.})]\}. \tag{3}$$

Заметим, что $\epsilon - 1$, $\eta - 1$ и g пропорциональны N.

В качестве одного из приложений уравнений (1) – (3), рассмотрим магнитную антенну, имеющую вид кругового тока (радиуса a), перпендикулярного $\mathbf{B}_0$. Тогда уравнение (2) принимает вид

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\epsilon\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) = \frac{\omega}{cr}\frac{\partial}{\partial r}(rgA_\varphi), \tag{4}$$

где **A** определяется известными формулами [4], причем $A_r = A_z = 0$. В частности, при $r^2 + z^2 \gg a^2$

$$A_\varphi = Mr(r^2 + z^2)^{-3/2} \qquad M = \pi a^2 I/c, \tag{5}$$

где M – магнитный момент, I – сила тока.

Своеобразие уравнения (4) прежде всего в том, что знаки функций $\epsilon(N, B_0, \omega)$ и $\eta(N, B_0, \omega)$ могут быть различными в зависимости от значений их аргументов. Так, в частотном диапазоне вистлеров, т. е. $(\omega_{ce}\omega_{ci})^{1/2} \ll \omega < \omega_{ce} \ll \omega_{pe}(N)$, имеем $\epsilon > 0$, $\eta < 0$, что и будет предполагаться ниже (для определенности).

Найдем сначала решение линеаризованного уравнения (4) (т. е. при $N = N_0$) в случае (5). Тогда можно искать решение уравнения (4) в автомодельном виде $\psi = |z|^{\nu} f(r^2/z^2)$. При этом получается $\nu = -1$, а для $f(w)$ – неоднородное гипергеометрическое уравнение, решение которого, удовлетворяющее условиям регулярности при $r = 0$, дает

$$\psi = -\alpha(1+\gamma^2)^{-1}R^{-1}, \quad R^2 = r^2 + z^2, \tag{6}$$

$$\alpha = \omega M g_0/c\,|\eta_0|, \quad \gamma^2 = \epsilon_0/|\eta_0| \tag{7}$$

($\epsilon_0 = \epsilon(N_0)$ и т. д.). Это решение весьма полезно для оценок, а также при анализе более сложных задач, в частности – нелинейных. Подставляя, например, в (3) выражение для $\mathbf{E}$, полученное из (1), (5), (6), получим оценку для $\Delta N = N - N_0$ (для вистлеров)

$$\Delta N/N_0 \approx -D^2(1+\gamma^2)^{-2}(a/R)^4 \quad (\Delta N \ll N_0), \tag{8}$$

$$D = (\pi/2c^2)e\,|g_0/\eta_0|(2m_e T)^{-1/2} I. \tag{9}$$

Получим теперь нелинейное самосогласованное решение в случае $\gamma^2 \approx (\omega/\omega_{ce})^2 \ll 1$ и $r \ll z$, причем будем учитывать также размеры антенны. При этом можно считать, что $\epsilon \gg 1$, $|\eta| \gg 1$, т. е. ϵ и η пропорциональны N. Замечая, что вблизи оси z: $E_r = O(r)$, $\partial E_z/\partial r = O(r)$,

$$N = N_0 \exp[-\mu^2(z)] + O(r^2), \quad \mu = -(\omega_{pe}/\omega)(32\pi N_0 T)^{-1/2}E_z \tag{10}$$

и пренебрегая членами порядка γ^2, придем к обыкновенному дифференциальному уравнению для $\mu(z)$, решая которое при условии $\mu \to 0$ $(z \to \infty)$, получим

$$\mu - (2/3)\mu^3 = 2D[1 - z(z^2 + a^2)^{-1/2}]. \tag{11}$$

При $z \gg a$ из (11) следует $\mu \approx D(a/z)^2$, что эквивалентно (6) при $r \ll z$. Исследуя (11), нетрудно установить, что при

$$D < D_0 = (18)^{-1/2} \approx 0{,}24 \tag{12}$$

$\mu(z)$ непрерывно убывает от $\mu_{max} \approx 2D + (16/3)D^3$ (при $z = 0$) до нуля (при $z = \infty$). При $D > D_0$ существует такая точка z_0

$$z_0 = a(D - D_0)[(2D - D_0)\ D_0]^{-1/2}, \tag{13}$$

где $d\mu/dz = \infty$ при $z \to z_0 + 0$. При этом $\mu(z_0 + 0) = \mu_+ = (1/2)^{1/2}$, а $\mu(z_0 - 0) = \mu_- = -\sqrt{2}$ (см. рисунок).

Суммируя изложенное, можно сказать, что нелинейные эффекты, описываемые уравнением (11) носят пороговый характер. При $D \leqslant D_0$ ход поля непрерывный от $z = \infty$ до $z = 0$. При этом

$$\mu_{max} = \mu(0) \leqslant \mu_+ \approx 0{,}71; \quad 1 > N/N_0 > N(0)/N_0 \approx 0{,}61.$$

При $D > D_0$ структура ближней зоны магнитной антенны качественно изменяется: существует такая точка $z_0 > 0$, где поле, согласно (11), изменяется скачком, причем $dE/dz \to \infty$ при $z \to z_0 + 0$. Явления в достаточной близости от z_0 не описываются уравнениями (3), (4) и являются предметом дальнейшего изучения. Не исключено, что в окрестности z_0 плазма разогревается.

Сила тока в антенне, отвечающая $D > D_0$, при $(\omega/\omega_{ce})^2 \ll 1$, следует из (9)

$$I \geqslant I_0 \approx 0{,}047\,(\omega_{ce}/\omega)\,T^{1/2} \text{ (ампер)}. \qquad (14)$$

Здесь T – в градусах. Для верхней ионосферы ($H = (1 \div 3)\cdot 10^3$ км), при $\omega = 0{,}03\,\omega_{ce}$ имеем $I_0 \approx 100\,a$, что близко к силе тока в экспериментах [3]. В магнитосфере на расстоянии $(3 \div 4)\,R_E$, в экваториальной области, эксперименты обычно проводятся при $\omega \sim \sim (0{,}3 \div 0{,}5)\,\omega_{ce}$, а $T \sim 10^4$; это дает $I_0 \sim 10\,a$. Такой же порядок величины I_0 следует из (14) для лабораторных экспериментов [1, 2]. При этом выполняется условие $\lambda > > 2\pi a$, где λ – длина волны.

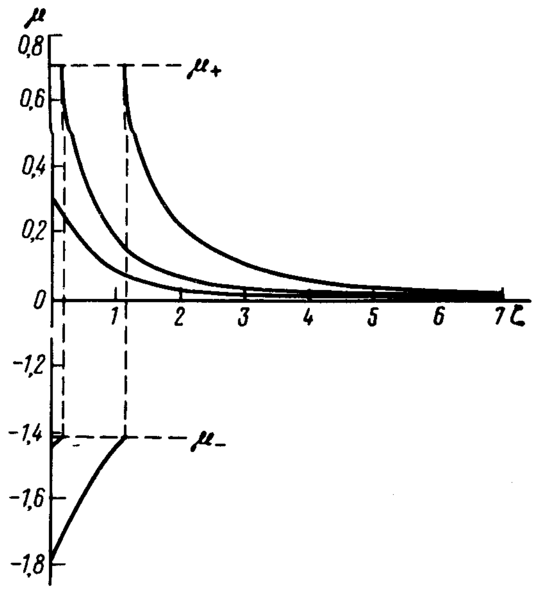

График решений уравнения (11), удовлетворяющих условию $\mu(z) \to 0$ при $z \to \infty$, при разных D: $1 - D = 0{,}15$; $2 - D = 0{,}30$; $3 - D = 1$

Автор благодарит Л.П.Питаевского за полезное обсуждение результатов и Н.А.Рябову за численное решение уравнения (11), изображенное на рисунке.

Литература

1. *Stenzel R.L.* Phys. Fluids, 1976, **19**, 857.
2. *Sugai M., Maruama M., Sato M., Takeda S.* Phys. Fluids, 1978, **21**, 690.
3. *Волкомирская Л.Б., Горбунов С.А., Резников А.Е.* IV Международный симпозиум по физике ионосферы и магнитосферы Земли и солнечного ветра. Тезисы докладов. М., 1983, стр. 78.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика и сплошных сред. М.: Наука, 1982.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 января 1985 г.