

МЕТАСТАБИЛЬНЫЕ ДИССИПАТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ В СРЕДАХ С ТЕРМОДИФФУЗИЕЙ

Ф.В. Бункин, Н.А. Кириченко, Ю.Ю. Морозов

На конкретном примере динамики газовой смеси легких и тяжелых частиц, взаимодействующих с внешним излучением, предсказывается существование метастабильных диссипативных структур, т. е. неустойчивых, но достаточно долгоживущих пространственно-периодических образований. Обнаружение таких структур существенно расширяет представления о явлениях самоорганизации в нелинейных распределенных системах.

Хорошо известно, что в открытых по энерго(массо-) обмену средах с нелинейным взаимодействием могут протекать процессы, приводящие к пространственно-временному упорядочению. В последнее время интенсивно изучаются различные механизмы, приводящие к образованию устойчивых неоднородных стационарных состояний — диссипативных структур (ДС) ¹⁻³ волюционные процессы, ведущие к формированию ДС, в общем случае могут быть чрезвычайно сложными. В данной работе показано, что в ходе этих процессов могут возникать метастабильные диссипативные структуры (МДС) — неустойчивые, но достаточно (например, для экспериментального наблюдения) долгоживущие образования.

Важнейшая особенность МДС состоит в том, что, являясь неустойчивыми стационарными состояниями, они тем не менее с необходимостью формируются из разнообразных начальных данных и (в достаточно больших системах) слабо зависят от граничных условий. Существование МДС не противоречит принципам статистической физики. Однако, насколько известно авторам, примеры физических систем, в которых возникали бы МДС, в литературе не рассматривались. В то же время исследование таких структур имеет большое значение для понимания эволюционных свойств нелинейных распределенных систем.

Рассмотрим нагрев газовой смеси под действием внешнего излучения. Будем предполагать, что газ состоит из двух не взаимодействующих между собой компонентов ($B_{\text{л}}$ и $B_{\text{т}}$), причем излучение селективно поглощается более легким компонентом $B_{\text{л}}$, имеющим концентрацию n , $0 < n < 1$. Предполагается, что газ находится в длинной (по оси X) тонкой кювете (с толщиной h) и на нее (перпендикулярно оси X) падает излучение с равномерным распределением интенсивности $I(x) = I = \text{const}$. Если теплофизические характеристики компонентов $B_{\text{л}}$ и $B_{\text{т}}$ отличаются незначительно, нагрев газа может быть описан системой двух уравнений — теплопроводности и диффузии ⁴:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\kappa h} [\beta h n I - \eta(T - T_{\text{н}})], \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad D_T = \alpha D \frac{n(1-n)}{T}, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0, L} = 0, \quad \left. \frac{\partial n}{\partial x} \right|_{x=0, L} = 0, \quad n \Big|_{t=0} = n_0. \quad (3)$$

Здесь a, κ, D — коэффициенты температуро-, теплопроводности и диффузии (которые будем считать постоянными), β — коэффициент поглощения $B_{\text{л}}$, $T_{\text{н}}$ — температура внешней среды, η — константа теплообмена. Как известно, важным механизмом переноса в газах является термодиффузия, учитываемая последним слагаемым в (2). При этом термодиффузионный поток для более легкого компонента $B_{\text{л}}$ направлен в более горячую область среды, так что постоянная термодиффузии $\alpha < 0$. В дальнейшем положим $a = D$.

Из (1) — (3) следует, что в однородном стационарном состоянии

$$n = n_0, \quad T = T_0 = T_{\text{н}} (1 + I/I_0), \quad I_0 = \eta T_{\text{н}} / \beta h n_0. \quad (4)$$

Полагая $T = T_0 + \theta$, $n = n_0 + \nu$ ($\theta, \nu \sim \exp(pt + iqx)$) и линеаризуя (1) — (3) по малым добавкам (θ, ν), найдем закон дисперсии:

$$p_{1,2} = t_0^{-1} \left[-\frac{1}{2} - (qx_0)^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \epsilon(qx_0)^2} \right], \quad \epsilon = \frac{|\alpha|(1-n_0)I}{I+I_0},$$

$$x_0 = (\kappa h / \eta)^{1/2}, \quad t_0 = \kappa h / a \eta. \quad (5)$$

Отсюда следует, что при $\epsilon > 1$, т. е. $I > I_{\text{кр}} = I_0 / [|\alpha|(1-n_0) - 1]$, однородное состояние неустойчиво: существует интервал значений волнового вектора q , $q^2 < q_0^2 = (\epsilon - 1) / x_0^2$,

в котором $p_1(q) > 0$. Заметим, что $p_1(0) = p_1(q_0) = 0$ и в точке максимума

$$p_{max} = p(q_m) = (\epsilon - 1)^2 / 4\epsilon t_0, \quad q_m^2 = (\epsilon^2 - 1) / 4\epsilon x_0^2. \quad (6)$$

Дальнейшая эволюция определяется числом и устойчивостью неоднородных стационарных состояний. Анализ показывает, что все ограниченные стационарные решения краевой задачи (1) – (3), – периодические, причем в области размером L допустимым является любое решение, период которого λ удовлетворяет условию $m\lambda = 2L$, $m = 1, 2, \dots$

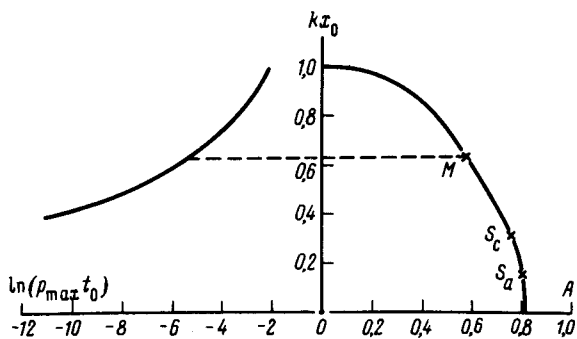


Рис. 1

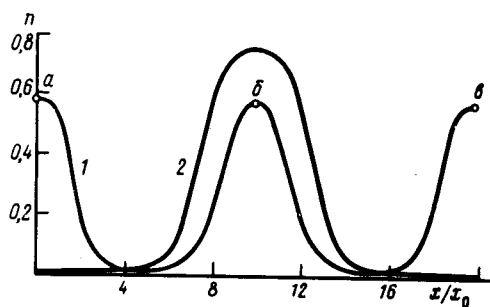


Рис. 2

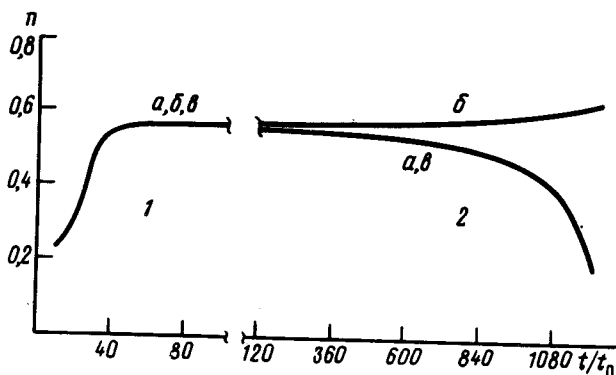


Рис. 3

Наглядно все множество стационарных решений (1) – (3) можно представить графиком зависимости амплитуды решения $A = n_{max} - n_{min}$ от величины $k = 2\pi/\lambda$. На рис. 1 приведен график $A(k)$ для $\alpha = -3$, $I = 5I_0$, $n_0 = 0,2$. Этот график позволяет найти все стационарные решения в области любых размеров L . Заметим, что для использованных значений параметров функция $A(k)$ – однозначная и отвечает "мягкому" рождению структур по мере увеличения размеров области. Существует однако область значений параметров, когда $A(k)$ – неоднозначная, что означает "жесткий" режим рождения структур.

Система уравнений (1) – (3) решалась численно на ЭВМ. Оказалось, что для широкого набора начальных возмущений за времена $t \sim 50 t_0$ возникает распределение $n_1(x)$, практически не меняющееся даже при удвоении времени счета. На рис. 2 (кривая 1) приведен график $n_1(x)$ для $L = 20 x_0$. Существенно, что распределение $n_1(x)$ практически совпадает со стационарным решением системы (1) – (3) с периодом $\lambda = 10 x_0$ (см. рис. 1, точка "M"). На рис. 3 (участок 1) показан временной ход n в точках максимумов $a, б, в$ на рис. 2. Таким образом, система эволюционирует так, как будто стационарное решение $n = n_1(x)$ является устойчивым с большой областью притяжения (как и обычные ДС).

В действительности это решение – неустойчиво. Это можно установить, вычисляя (например, по методике, изложенной в ⁵) инкременты $p = p(q; k)$ (здесь q – волновой вектор возмущения, $q = m\pi/L$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $k = 2\pi/\lambda$, λ – период исследуемого стационарного решения). В частности, оказывается, что в случае рис. 1 в области размером

L устойчиво только состояние S_a вида полволны решения с периодом $\lambda = 2L$. Если же помимо граничных условий (3) добавить требование симметрии относительно точки $x = L/2$ (условие цикличности), то устойчивым будет состояние S_c вида одной волны стационарного решения с периодом $\lambda = L$. Устойчивость этих решений обусловлена тем, что все допустимые волновые вектора q попадают в область $p \leq 0$. Решение же $n = n_1(x)$ имеет период $\lambda = L/2$ и неустойчиво. На рис. 3 (участок 2) показана дальнейшая эволюция n в точках $a, б, в$ (на рис. 2) — исчезновение "лишних" максимумов (в точках $a, в$). В результате формируется устойчивое неоднородное состояние. Соответствующее симметричное решение S_c ($n = n_2(x)$) приведено на рис. 2 (кривая 2). На рис. 1 устойчивому симметричному решению отвечает точка S_c , несимметричному — точка S_a . В отсутствие требования цикличности переход от S_c к S_a (при $L = 20x_0$) происходит за времена $t > 10^7 t_0$.

Время развития неустойчивости решения $n = n_1(x)$ определяется значениями инкремента для возмущений с волновыми векторами q вблизи максимума $p(q; k)$. На рис. 1 приведен график зависимости $p_{max}(k) = \max_q p(q; k)$. Функция $p_{max}(k)$ быстро убывает. Отсюда в частности следует, что время жизни решения $n = n_1(x)$ ($k = 2\pi/\lambda \approx 0,628 x_0^{-1}$) по крайней мере в 30 раз превышает время жизни однородного состояния.

Как было видно, на промежуточном этапе эволюции $n(x, t)$ происходит заброс системы в неустойчивое стационарное состояние $n_1(x)$ (формирование МДС). "Неизбежность" возникновения МДС обусловлена тем, что благодаря наличию острого максимума $p(q)$ (см. (5), (6)) происходит быстрый рост возмущений с волновыми векторами, близкими к q_m и как следствие — формирование в среде структуры с $k \approx q_m$. В дальнейшем существенную роль начинают играть возмущения с малыми q , приводящие к диффузионному взаимодействию удаленных частей среды и развалу структуры $n = n_1(x)$.

В заключение подчеркнем, что явление захвата неустойчивым стационарным состоянием может возникать во многих нелинейных задачах и является существенным при исследовании реальных систем.

Литература

1. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
2. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. М.: Мир, 1979.
3. Вольперт А.И., Иванова А.Н. О пространственно неоднородных решениях нелинейных дифференциальных уравнений. Препринт ОИХФ, Черноголовка, 1981.
4. Бункин Ф.В., Кириченко Н.А., Лукьянчук Б.С., Морозов Ю.Ю. Квантовая электроника, 1983, 10, 2136.
5. Кириченко Н.А. Препринт ИОФАН, М., 1984, № 176.