Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 9, стр. 389 – 390 10 мая 1985 г.

КВАНТОВАНИЕ ВРАЩЕНИЯ ФАРАДЕЯ В СИСТЕМАХ С КВАНТОВЫМ ЭФФЕКТОМ ХОЛЛА

В.А.Волков, С.А.Михайлов

Показано, что угол поворота плоскости поляризации низкочастотного электромагнитного излучения φ, прошедшего через двумерный ($2D$) электронный слой, находящийся в режиме целочисленного или дробного квантового эффекта Холла (КЭХ), квантуется. В некоторых случаях квант $\Delta\varphi = e^2/\hbar c = 1/137$ рад.

КЭХ наблюдается [1, 2] при низких температурах в $2D$ электронных системах в квантующих магнитных полях H_0 и заключается в квантовании статической холловской проводимости σ_{xy} и исчезновении диагональной проводимости σ_{xx} : в конечных интервалах H_0 или электронных концентраций

$$\sigma_{xy}(0) = \frac{e^2}{2\pi\hbar}\nu, \qquad \sigma_{xx}(0) \approx 0. \tag{1}$$

Здесь ν – целое число или дробное число (целочисленный или дробный КЭХ, соответственно).

Рассмотрим эффект Фарадея в системах, обладающих в низкочастотном пределе проводимостью типа (1). Этим постановка задачи отличается от [3], где использовалась модель типа Друде. Начнем с простейшего случая: электронный $2D$-слой находится в вакууме и занимает плоскость $0xy$, по нормали (ось z) падает линейно поляризованная $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$ электромагнитная волна частоты ω; внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H_0)$. Переменное поле волны E_y наводит в $2D$-слое переменный ток $j_x = \sigma_{xy}E_y$, который возбуждает по обе стороны от $2D$-слоя электромагнитную волну с магнитным вектором $H_y = 2\pi j_x/c$ и с электрическим вектором $E_x = H_y$; c – скорость света. В свою очередь, эта волна снова наводит ток и т. д. Угол поворота плоскости поляризации прошедшей волны φ и ее эллиптичность δ определяются действительной (σ'_{xy}) и мнимой (σ''_{xy}) частями σ_{xy} :

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{Re}(E_x/E_y) = 2\pi\sigma'_{xy}(\omega)/c, \tag{2}$$

$$\delta = \operatorname{Im}(E_x/E_y) = 2\pi\sigma''_{xy}(\omega)/c. \tag{3}$$

Поправки к (2), (3) малы по параметру $2\pi\sigma_{xx}/c \ll 1$. Так как $\sigma'_{\alpha\beta}$ – четная, а $\sigma''_{\alpha\beta}$ – нечетная функции ω, то в низкочастотном пределе $\sigma_{xy}(\omega) \approx \sigma_{xy}(0)$. Из (1) и (2) следует закон квантования φ прошедшей волны при $\omega \to 0$:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{e^2}{\hbar c}\nu, \tag{4}$$

где $e^2/\hbar c \approx 1/137$ – постоянная тонкой структуры, ν – целое или дробное число. Угол φ соответственно увеличивается при многократном прохождении волны через $2D$-слой (например, в сверхрешетке). Коэффициенты прохождения T и отражения R по интенсивности также квантуются:

$$T = 1 - R = \left[1 + \left(\frac{e^2\nu}{\hbar c}\right)^2\right]^{-1}.$$

Вообще говоря, φ определяется также показателями преломления окружающих сред. Тем не менее, (4) приближенно верно, если толщина образца d мала по сравнению с длиной волны излучения λ. В общем случае образец является многослойной структурой, и поле волны определяется из решения волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + \frac{n^2\omega^2}{c^2}\mathbf{E} + \frac{4\pi i\omega}{c^2}\mathbf{j}\,\delta(z) = 0 \tag{5}$$

с обычными граничными условиями; $j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta}E_\beta$. Приведем результаты решения (5) в наиболее важных случаях.

Для $2D$-слоя в бесконечной среде с показателем преломления n

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{Re}\left(\frac{2\pi\sigma_{xy}/c}{n + 2\pi\sigma_{xx}/c}\right). \tag{6}$$

При $\omega \to 0$ результат, следующий из (6) и (1), отличается от (4) множителем $1/n$.

Для структуры вакуум (показатель преломления 1) – $2D$-слой–подложка (толщина d, показатель преломления n) – вакуум при $\omega \to 0$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2e^2\nu}{\hbar c}\left[\frac{2n^2 - (n^2-1)\sin^2(\omega nd/c)}{4n^2 + (n^2-1)^2\sin^2(\omega nd/c)}\right], \tag{7}$$

$$\delta = \frac{2e^2\nu}{\hbar c}\left[\frac{n(n^2-1)\sin(\omega nd/c)\cos(\omega nd/c)}{4n^2 + (n^2-1)^2\sin^2(\omega nd/c)}\right]. \tag{8}$$

При изменении длины волны $\lambda = 2\pi c/n\omega$ квантованные значения (7) и (8) осциллируют. В резонансе, когда $2d/\lambda$ – целое число, $\delta = 0$, а (7) переходит в (4) и не зависит от свойств подложки. Очевидно, аналогичные эффекты должны наблюдаться и при наклонном падении, а также для отраженной волны. Общие выражения громоздки и здесь не приводятся.

Основное приближение, которое сделано выше, – замена $\sigma_{\alpha\beta}(\omega)$ его статическим значением (1). Для этого необходимо потребовать малости ω по сравнению с характерной частотой ω_0. Последняя во всяком случае мала по сравнению с циклотронной для целочисленного КЭХ (или с величиной щели для дробного КЭХ) и зависит от положения уровня Ферми относительно уровней Ландау. Модельные вычисления [4, 5] дают для ω_0 величину порядка характерной амплитуды примесного потенциала. Для типичных значений параметров допустимые значения ω оказываются в сантиметровом или миллиметровом диапазонах. Как известно [6], СВЧ эффект Фарадея измеряется с достаточно высокой точностью ($\Delta\varphi \simeq$ $\simeq 10^{-4}$ град).

Рассмотренный эффект, который по аналогии с КЭХ можно назвать квантовым эффектом Фарадея (КЭФ), не может конкурировать с КЭХ в определении мировых постоянных. Тем не менее, КЭФ может дать информацию, которую трудно или невозможно извлечь из КЭХ. 1) КЭФ определяется проводимостью σ_{xy}, в то время как КЭХ – сопротивлением ρ_{xy}. Это может быть важно, например, при поиске дополнительного квантования σ_{xy} в слабых H_0, предсказанного в [7]. 2) Отклонения от КЭФ позволяют восстановить дисперсию $\sigma'_{xy}(\omega)$ и исследовать вклад в нее различных возбуждений, в частности, "дробных" экситонов [8]. 3) КЭФ измеряется бесконтактным способом, что может быть существенно в системах с крупномасштабными флуктуациями.

Авторы благодарны В.Б.Сандомирскому и Г.Р.Айзину за плодотворные обсуждения и В.Н.Солякову за обсуждение возможностей СВЧ измерений.

Литература

1. *Von Klitzing K., Dorda G., Pepper M.* Phys. Rev. Lett., 1980, **45**, 494.
2. *Tsui D.C., Stormer H.L., Gossard A.C.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 1559.
3. *O'Connell R.F., Wallace G.* Phys. Rev. B, 1982, **26**, 2231; 1983, **28**, 4643.
4. *Апенко С.М., Лозовик Ю.Е.* Preprint PhIAN, 1984, № 196, 1.
5. *Лозовик Ю.Е., Фарзтдинов В.М., Геворкян Ж.С.* Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, 153.
6. *Chai S., Vogelhut P.* Rev. Scient. Instr., 1966, **37**, 1620 (перевод: Приборы для научных исследований, 1966, № 11, 183).
7. *Хмельницкий Д.Е.* Phys. Lett., 1984, **A106**, 182.
8. *Laughlin R.B.* Physica, 1984, **126 B**, 254.

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 марта 1985 г.