ОБ ЭЛЕКТРОНАХ ПРОВОДИМОСТИ С МАЛЫМИ ЭФФЕКТИВНЫМИ МАССАМИ

А.А.Слуцкин

В настоящей заметке рассматриваются некоторые эффекты, имеющие место для всех металлов, электронный спектр которых удовлетворяет следующим двум требованиям: 1. одной и той же энергии ϵ соответствует несколько групп электронов проводимости, принадлежащих разным энергетическим зонам; 2. в пространстве квазиимпульса p существует линия точек вырождения p_o, в которых $\epsilon_1(p_o) = \epsilon_2(p_o)$ (1. и 2. – номера зон, $\epsilon_{1,2}(p)$ – законы дисперсии).

Поверхности $\epsilon_{1,2}(p) = \epsilon$, соответствующие этому типу спектра, составлены из двух полостей, принадлежащих разным зонам и имеющих единственную общую точку $p_0(\epsilon)$ $(\epsilon_1(p_o) = \epsilon_2(p_o) = \epsilon)$. Изоэнергетическая поверхность вблизи p_o имеет вид эллиптического конуса. Если вектор $\vec{\xi} = H/H$ лежит внутри телесного угла, образованного направлениями нормалей к поверхности конуса, то сечение изоэнергетической поверхности плоскостью $p_\xi = \mathrm{const}$ замкнуто. При малых значениях разности $|\delta p_\xi| = |p_\xi - p_{o\xi}(\xi)|$ $(p_{o\xi} = p_o(\epsilon)\vec{\xi})$ площадь сечения $S(\epsilon, p_\xi)$ и эффективная масса $m^* = (2\pi)^{-1}(\partial S/\partial\epsilon)_{p_\xi}$, определяющая ларморовскую частоту (Ω) электрона проводимости ($\Omega = eH/m^*c$) имеют следующий вид:

$$S(\epsilon, p_\xi) = R(\vec{\xi})(p_\xi - p_{o\xi}(\epsilon))^2, \quad m^*(\epsilon, p_\xi) = R(\vec{\xi})(p_\xi - p_{o\xi}(\epsilon))/\pi v_\xi(\epsilon),$$

$$v_\xi^{-1} = \frac{dp_{o\xi}}{d\epsilon} \tag{1}$$

(безразмерная константа $R(\vec{\xi}) \approx 1$, конкретный вид R для нас несуществен; $v_{\xi}(\epsilon)$ – порядка характерного значения скорости v_o). Эти формулы обусловлены спецификой закона дисперсии вблизи точки вырождения:

$$\epsilon_{1,2}(p) = \epsilon_o(p_o) + A\delta p \pm \sqrt{(B\delta p)^2 + (C\delta p)^2}, \quad (A, B, C, \approx v_o, \; \delta p = p - p_o).$$

Как видно из (1), $m^* \to 0$ по линейному закону, когда $p_{\xi} \to p_{o\xi}$.

Обращение в нуль эффективной массы является основой рассматриваемых ниже эффектов.

Прежде, чем перейти к дальнейшему исследованию, заметим, что возникновение линии точек вырождения может быть обусловлено некоторыми свойствами симметрии кристаллической решетки металла. Это "принудительное" пересечение зон, в частности, имеет место для всех металлов, имеющих нетривиальную винтовую ось или плоскость скольжения [1]; примером являются металлы с плотной гексагональной упаковкой (Zn, Mg, Cd и др.). Можно показать, что вырождение по линии является устойчивым, т.е. не снимается при малых деформациях решетки.

Отсюда следует, что так называемое "случайное вырождение", не связанное со свойствами симметрии, является характерным для многих металлов.

Так как в магнитном поле компоненты кинематического импульса p_{ξ} и p_{η} являются не коммутирующими операторами, то в силу принципа неопределенности ($\Delta p_{\xi} \Delta p_{\eta} \gtrsim \sigma = (e\hbar H)/e$, $\vec{\xi}$, $\vec{\eta}$ $\vec{\xi}$) не существуют стационарные состояния, для которых $|\delta p_{\xi}| \ll \sigma^{1/2}$. При δp_{ξ} $\sigma^{1/2}$ классическое рассмотрение становится неприменимым и для исследования динамики электрона в магнитном поле необходим квантовомеханический подход. Применяя метод, сформулированный автором в работах [2-3]*, можно показать, что и вблизи конической точки спектр определяется известными правилами квантования И.Лифшица – Онсагера:

$$S(\epsilon, p_{\xi}) = \sigma(n + 1/2), \quad n = 1,2... \qquad (2)$$

$$\xi_n(p_{\xi}) = \epsilon_o(p_{\xi}) \pm v_o \sqrt{2\sigma(n + 1/2)}. \qquad (2a)$$

В формуле (2а) для простоты предполагается, что конус круговой и H параллельно оси конуса.

Согласно формулам (1), (2), (2а) расстояние между соседними уровнями ($\Delta\epsilon_n = \epsilon_{n+1,p_{\xi}} - \epsilon_{n,p_{\xi}}$) при малых δp_{ξ} возрастает по сравнению с "обычным" (которое порядка $\hbar\Omega_o$) в $\sqrt{\epsilon_o/\hbar\Omega_o} \gg 1$ раз: $\Delta\epsilon_n \approx v_o \sigma^{1/2} \approx \sqrt{\epsilon_o \hbar\Omega_o}$ (Ω_o и ϵ_o – характерные частота и энергия). Аномально большие значения $\Delta\epsilon_n$ приводят к тому, что резонансное поглощение переменного поля с частотой $\omega \approx 10^{10} - 10^{11}$ $сек^{-1}$ ($\omega\tau \gg 1$, τ – время релаксации) становится возможным в очень малых полях $H \gtrsim H^{(1)} = (\hbar c/1)(\omega^2/v_o^2) \approx 10^{-3} - 10^{-1}$ э**. Магнитное поле H, как обычно, при циклотронном резонансе, должно быть параллельным поверхности металла. Из (2а) следует, что "резонансные" значения H, соответствующие минимуму поглощения определяются равенством:

$$\hbar\omega = \epsilon_{n+l,p_\xi} - \epsilon_{n,p_\xi}, \quad H_{n,l} = \frac{c\hbar\omega^2}{2l v_o^2} / (\sqrt{l+n+1/2} - \sqrt{n+1/2})^2,$$

где n, l – целые, l – кратность резонанса. Для наблюдения квантовых резонансных осцилляций необходимо, чтобы интервал между резонансными частотами $\Omega_n = \Delta\epsilon_n/\hbar$ был больше или порядка $1/\tau$. В рассматриваемом случае частот $\omega \approx 10^{10} - 10^{11}$ $сек^{-1}$ это требование ограничивает величину H сверху: $H \lesssim H^{(2)} = H^{(1)}\cdot\omega\tau \approx 10^{-2} - 10^{1}$ э, т.е. $H^{(1)} \lesssim H \lesssim H^{(2)}$. При уменьшении магнитного поля от $H^{(2)}$ до $H^{(1)}$ величина H и амплитуда высокочастотного поля могут стать одного порядка; в этом случае возникают нелинейные эффекты, вызывающие дополнительные нерегулярности в зависимости поверхностного импеданса Z от H.

В настоящее время на ряде металлов обнаружено немонотонное поведение высокочастотного импеданса в области полей $H \approx 1$ э [4]. Однако интерпретация этих осцилляций является пока неоднозначной, так как наряду с квантовыми эффектами на малых массах возможны чисто классические механизмы ([4]), приводящие к аналогичной зависимости Z от H.

Во всяком случае, проведенный анализ показывает, что наблюдение квантового циклотронного резонанса в очень слабых магнитных полях является вполне реальным. (Более подробное количественное исследование резонансных явлений в слабых полях будет предметом рассмотрения отдельной статьи).

В сильных магнитных полях ($H \approx 10^3 - 10^4$ э) существование точек вырождения p_o проявляется на плавной части диамагнитной восприимчивости ($\chi^{(пл.)}$) металла. Как известно, $\chi^{(пл.)}$ определяется той областью спектра, где $S(\epsilon, p_\xi)$ и пропорциональна характерному значению ларморовской частоты в этой области. В рассматриваемом случае там, где $S(\epsilon, p_\tau) = 0$, частота $\Omega \to \infty$, что должно привести к существенному возрастанию $\chi^{(пл.)}$. Точное рассмотрение дает для определения $\chi^{(пл.)}$ следующую формулу при T = 0:

$$\chi^{(пл.)} = \Lambda\frac{e}{c}\left(\frac{e\hbar}{cH}\right)^{1/2}\int\frac{dp_{o\xi}}{S''(p_{o\xi})} / (2\pi\hbar)^2; \quad \Lambda = \frac{3\pi}{2^{3/2}}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{l^{3/2}}; \tag{4}$$

$$S'' = \left(\frac{d^2 S}{d\epsilon^2}\right)_{p_\xi}.$$

Интегрирование в (4) проводится вдоль линии точек вырождения. Как показывает (4), $\chi^{(пл.)}$ возрастает по сравнению с обычным случаем в $\sqrt{\epsilon_o/\hbar\Omega_o} \approx 10^2$ раз; обращает также на себя внимание появление обратной корневой зависимости от H. Подобные аномалии поведения плавной части диамагнитной восприимчивости наблюдались в последнее время на многих металлах [5].

Рассмотренные здесь эффекты могут служить одним из способов обнаружения линий вырождения в электронном спектре металлов. Другим способом является исследование эффекта межзонного магнитного пробоя, который возникает при условиях, что магнитное поле лежит вне телесного угла, образованного направлениями нормалей к поверхности конуса.

Автор благодарен И.М.Лифшицу за ценные дискуссии.

Поступило в редакцию
2 ноября 1966 г.

Литература

[1] Г.Я.Любарский. Теория групп и ее применение в физике, § 40, Гостехиздат, 1957.

[2] А.А.Слуцкин. Письма ЖЭТФ, 4, 96, 1966.

[3] А.А.Слуцкин, А.М.Кадигробов. Докл. на LT–10, М., сентябрь, 1966.

[4] М.С.Хайкин. Письма ЖЭТФ, 4, 164, 1966; I.F.Koch, C.C.Kuo. Phys.Rev., 143, 470, 1965.

[5] Б.И.Веркин, И.В.Свечкарев, Л.Б.Кузьмичева. Докл. на LT–10, М., сентябрь 1966.

---

* Этот метод тесно связан с решением задачи о магнитном пробое.

** Значения H, при которых размытие уровней, вызванное конечностью времени жизни квазичастицы, несущественно, ограничены снизу условием: $H \gg (\hbar c/l)/v_0^2 \tau^2 \approx 10^{-6}$ *э* при $\tau \approx 10^{-9}$ *сек*).