О НЕСТАЦИОНАРНОЙ САМОФОКУСИРОВКЕ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

С.А.Ахманов, А.П.Сухоруков

Предметом настоящего письма является обсуждение вопроса о влиянии релаксационных процессов в нелинейной среде на динамику самофокусировки лазерных импульсов [1, 2]. Поскольку даже в "обычных" гигантских импульсах лазеров характерные времена изменения амплитуды $\lesssim 10^{-9}$ *сек* (см. [3]; еще меньше эта величина в лазерах с синхронизованными модами, $\approx 10^{-12} \div 10^{-13}$ *сек*, см. [4]), нельзя считать, что нелинейный отклик среды квазистатически следует за полем. В особенности это относится к стрикционным эффектам, по-видимому, определяющим "тонкую" структуру самофокусирующихся пучков в жидкостях с большой постоянной Керра и "грубую" структуру в таких жидкостях как CCl_4 и гексан (см. [7]) и твердых телах. Динамика показателя преломления нелинейной среды в заданном световом поле рассматривалась в [7, 8]. Вместе с тем значительный интерес представляет изучение поведения светового пучка на временах, порядка времен релаксации; т.е. изучение процесса нестационарной самофокусировки. Анализ нестационарной самофокусировки должен базироваться, очевидно, на совместном решении уравнений поля и материальных уравнений среды. Ниже такой анализ выполнен для стрикционной и керровской самофокусировки модулированных волн методом возмущений, позволяющим выявить основные особенности нестационарных процессов, оценить характерные времена и пространственные масштабы. Основное внимание уделено длине самофокусировки $R_{нл}$ – параметру наиболее легкого определяемому экспериментально. Полученные формулы для $R_{нл}$, учитывают как затухание поля светового пучка за счет линейного и нелинейного поглощения (эти процессы важны и в стационарной теории), так и затухание внутренних движений в жидкости (качаний молекул и акустических волн), определяющее время релаксации нелинейной поляризации. Процесс трехмерной самофокусировки квазигармонической волны $E = A_0(t, z, r) \exp i[\omega t - kz - ks(t, z, r)]$ описывается уравнениями (см. [9]):

$$\frac{1}{v}\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)^2 = \frac{\epsilon_2'}{\epsilon_0'} p + \frac{1}{2k^2 A_0}\left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_0}{\partial r}\right), \quad (1)$$

$$\frac{1}{v}\frac{\partial A_0^2}{\partial t} + \frac{\partial A_0^2}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r}\frac{\partial A_0^2}{\partial r} + A_0^2\left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r}\right) + 2\delta_1 A_0^2 + 2\delta_2 A_0^4 = 0. \quad (2)$$

Величина p, пропорциональная поляризуемости среды, описывается материальным уравнением

$$\tau\frac{\partial p}{\partial t} + p = A_0^2, \quad (3)$$

если самофокусировка происходит за счет эффекта Керра, или волновым уравнением

$$\left(-\Delta + \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\Gamma}{u^2}\frac{\partial}{\partial t}\right) p = -\Delta A_0^2, \quad (4)$$

если самофокусировка происходит за счет стрикции. Для рассмотрения нестационарных эффектов, связанных с нагреванием среды, в (4) вместо A_o^2 должен фигурировать член $\int_o^t A_o^2\,dt$. Уравнения (1), (2) записаны для среды, в которой $\epsilon = \epsilon_o + \epsilon_2 E^2$; стационарные значения ϵ_o и ϵ_2 равны $\epsilon_o = \epsilon_o' + i\epsilon_o''$; $\epsilon_2 = \epsilon_2' + \epsilon_2''$; линейный отклик среды и нелинейные потери считаются безинерционными. Приведем сначала некоторые результаты, касающиеся стационарной самофокусировки в диссипативной среде.

1. Стационарная самофокусировка в диссипативной среде $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$

Обратимся сначала к учету линейных положительных потерь (пассивная среда). Рассматривая возмущения к плоской затухающей волне

$$A_o^2 = E_o^2 \exp(-2\delta_1 z) + a\exp(-2\delta_1 z)\cdot \exp i(\mathrm{k}\ \mathrm{r}) \qquad (5a)$$

и ограничиваясь приближением геометрической оптики ($\mathrm{k} \to \infty$), (мощность превышает критическую), получаем для a

$$a = a_o \mathrm{K}_o^{-1}\left(\frac{1}{\delta_1 R_{нл}^o}\right) \mathrm{K}_o\left[\exp(-\delta_1 z)/\delta_1 R_{нл}^o\right], \qquad (5б)$$

где K_o – модифицированная функция Бесселя; $R_{нл}^o = a\sqrt{(\epsilon_o'/2\epsilon_2' E_o^2} \cdot$ $\cdot(k_\perp = 1/a)$ – пространственный масштаб стационарной самофокусировки в среде без потерь [9, 10].

В методе возмущений он фигурирует в качестве инкремента нарастающего с координатой возмущения a при $\delta_1 = 0$; $a = a_o \exp(z/R_{нл}^o)$. Из (5) видно, что линейные потери увеличивают длину самофокусировки. Приближенную оценку величины $R_{нл}$ можно получить, считая, что на этой длине аргумент функции Бесселя изменяется на единицу

$$a\sqrt{\epsilon_o'}/\sqrt{2\epsilon_2' E_o^2} \simeq \frac{1 - \exp(-\delta_1 R_{нл})}{\delta_1}. \qquad (6)$$

Приведенные формулы хорошо согласуются описанным в [5] опытами и выведенными там полуэмпирическими соотношениями (величина $2\delta_1$ в этих опытах изменялась от $2\cdot 10^{-3}$ $см^{-1}$ до $0{,}12$ $см^{-1}$). Аналогичным образом можно определить длину самофокусировки и в среде с $\delta_1 < 0$ (активная среда). Тогда имеем

$$a = a_o \mathrm{I}_o^{-1}(1/\delta R_{нл}^o)\, \mathrm{I}_o\left[\exp(\delta_1 R_{нл}^o)/\delta_1 R_{нл}^o\right]. \qquad (7)$$

В этом случае $R_{нл} < R_{нл}^o$; самофокусировка пучка происходит быстрее, чем в среде без потерь. Для оценки самофокусировки, например, стоксовых компонент ВКР можно писать $(R_{нл}/z_\delta) = [\ln(R^\circ_{нл}/z_\delta)](z_\delta = \delta_1^{-1})$ поскольку здесь обычно $R_{нл}/z_\delta >> 1$. То же самое относится и к полупроводниковым лазерам.

В среде с нелинейным поглощением (рассмотрим для простоты наиболее типичный случай $\delta_1 \simeq 0$; $\delta_2 > 0$) для возмущения к амплитудному профилю $A_\circ^2 = E_\circ^2/(1 + \delta_2 E_\circ^2 z)$ с помощью аналогичных расчетов получаем:

$$R_{нл} = R^\circ_{нл} + (k a^2/2)\cdot(\epsilon_2''/\epsilon_2'). \tag{8}$$

Наличие нелинейного поглощения увеличивает пространственный масштаб самофокусировки. Даже при $E_\circ \to \infty$ $R_{нл}$ не обращается в нуль, а стремится к предельной величине $R^{пр}_{нл} = (ka^2/2)(\epsilon_2''/\epsilon_2')$, определяемой дифракционной длиной пучка и нелинейными свойствами среды.

2. Нестационарные процессы при самофокусировке за счет эффекта Керра

Подставляя в (1), (2), (3) возмущенную волну вида

$$A_\circ^2 = E_\circ^2 + a\exp(i\nu t)\exp i\,\mathbf{k}_\perp\mathbf{r}\,;\; s = s_\circ + \phi\,;\; p = E_\circ^2 + p\exp(i\nu t) \tag{9}$$

и полагая в них для простоты $\delta_1 = \delta_2 = 0$; $k \to \infty$, приходим к уравнению, описывающему амплитудные возмущения

$$\frac{d^2a}{dz^2} - \frac{2\epsilon_2' E_\circ^2}{a^2\epsilon_\circ'(1 + i\nu\tau)}\,a = 0, \tag{10}$$

откуда

$$R_{нл} = R^\circ_{нл}\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{1 + (\nu\tau)^2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + (\nu\tau)^2}}} \tag{11}$$

Из (11) следует, что в релаксирующей среде длина самофокусировки модулированной световой волны возрастает. Интересно, что при этом разные спектральные компоненты огибающей самофокусируются в разных сечениях; происходит своеобразная нелинейная "хроматическая абберация" для огибающей. При $\nu\tau > 1$, $R_{нл} \approx R^\circ_{нл}\sqrt{2\nu\tau}$. Последнее должно приводить к деформации огибающей (заметной для импульсов получаемых в лазерах с синхронизованными модами). Релаксация существенно влияет и на поведение плоских квазимонохроматических волн; здесь различие нелинейного отклика среды для различных частот модуляции приводит к "нелинейной дисперсии". Этот эффект может влиять на предельную длительность импульсов, проходящих через нелинейную среду, его следует учитывать при анализе временной [6] и пространственно-временной [10] неустойчивости импульса в нелинейной среде. Аналогичные выкладки можно провести и с учетом дифракции; при этом оказывается, что критическая мощность для разных спектральных компонент различна; в релаксирующей среде критическая мощность возрастает с ростом ν как $1 + (\nu\tau)^2$.

3. Нестационарные процессы при стрикционной самофокусировке

Подставляя (9) в (1), (2), (4) и полагая зависимость $a(z) \approx \exp(\Lambda z)$ для Λ имеем

$$\Lambda = \frac{1}{R^{\circ}_{нл}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \nu^2\tau^2 + i2\Gamma\nu\tau^2}}; \quad \tau_\perp = \frac{a}{v}. \tag{12}$$

Из (12) следует, что

1. Если акустические потери равны нулю ($\Gamma = 0$) самофокусируются лишь спектральные компоненты, для которых $\nu\tau_\perp \leqslant 1$, или $a/\lambda_{зв} < 1$ ($\lambda_{зв} = v/\nu$).

2. При $\Gamma \neq 0$ самофокусировка происходит для всех спектральных компонент, однако имеет место сильная нелинейная абберация. Минимальное значение $R_{нл}$ соответствует $a/\lambda_{зв} = 1$ и равно $R^{М}_{нл} = R^{\circ}_{нл}\sqrt{2}\cdot\sqrt{\lambda_{зв}/Z_\delta}$, где $Z_\delta = v/2_\Gamma$ – "длина свободного пробега" фонона.

3. При $\nu\tau_\perp \gg 1$, и $\lambda_з/Z_\delta < 1$ (условие обычно выполняющееся), $R_{нл} \approx - R^{\circ}_{нл}[(a/\lambda_{зв})(Z_\delta/\lambda_{зв})]$. Из последней формулы видно, что уменьшение потерь в этом случае увеличивает длину самофокусировки. Нестационарность стрикционной самофокусировки должна сильно проявляться в твердых телах, где величина Z_δ существенно превышает таковую в жидкостях. В особенности это относится к опытам при низких температурах (см. [11]); здесь времена жизни фононов достигают $\approx 10^{-4}$ *сек*. Следует подчеркнуть, что полученные результаты характеризуют поведение отдельных спектральных компонент; чтобы использовать их для анализа самофокусировки импульсов, надо принять во внимание распределение энергии по спектру. Вместе с тем, эти результаты непосредственно приложимы к тем случаям, когда в спектре огибающей резко выражена некоторая частота ν_0 (например частота межмодовых биений в лазере с гигантским импульсом, или частота следования пичков в мощном лазере, работающем в режиме свободной генерации). Тогда возможен распад самофокусирующегося пучка на "резонансные" нити с поперечным масштабом $a_0 \simeq v/\nu_0$ (ср. [12]). Заметим, что изложенная методика позволяет дать анализ временны́х нелинейных аббераций, связанных с тепловыми эффектами; для гигантских импульсов эти абберации весьма существенны.

Авторы признательны Р.В.Хохлову за обсуждение.

Физический факультет
Московского государственного
университета им. М.В.Ломоносова

Поступило в редакцию
18 ноября 1966 г.

Литература

[1] Г.А.Аскарьян. ЖЭТФ, 42, 1568, 1962.
[2] R.Chiao, E.Garmire, C.Townes. Phys. Rev. Lett., 13, 479, 1964.
[3] Р.В.Амбарцумян, Н.Г.Басов, В.С.Зуев, В.С.Летохов, О.Б.Шатберашвили. ЖЭТФ, 51, 406, 1966.
[4] D.Stetser, A.De Maria. Appl.Phys.Lett., 9, 118, 1966.
[5] C.Wang, G.Racette. Appl. Phys. Lett., 8, 256, 1966.
[6] Л.А.Островский. ЖЭТФ, 51, 1189, 1966.
[7] Y.Shen. Phys. Lett., 20, 378, 1966.
[8] Ю.П.Райзер. Письма ЖЭТФ, 4, 124, 1966; 4, 286, 1966.
[9] С.А.Ахманов, А.П.Сухоруков, Р.В.Хохлов. ЖЭТФ, 50, 1537, 1966; 51, 296, 1966.
[10] В.И.Беспалов, В.И.Таланов. Письма ЖЭТФ, 3, 471, 1966; "Самовоздействие электромагнитных волн в кубичных изотропных средах". Докл. на II Всесоюзном Симпозиуме по нелинейной оптике, СО АН СССР 1966 (тезисы, Новосибирск, июнь, 1966).
[11] С.В.Кривохижа, Д.И.Маш, В.В.Морозов, В.С.Старунов, И.Л.Фабелинский. Письма ЖЭТФ, 3, 378, 1966.
[12] R.Brewer, I.Lifsitz, Phys. Lett., 23, 79, 1966.