НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ С ГОРЯЧИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ, СВЯЗАННАЯ С "КОНУСОМ ПОТЕРЬ"

Л.В.Кораблев

Неустойчивость плазмы с горячими ионами и холодными электронами, связанная с "конусом потерь", была впервые рассмотрена в [1]. Она является следствием анизотропии функции распределения ионов по скоростям, поскольку в "конусе потерь" ионы отсутствуют. Аналогичная по характеру неустойчивость может возникнуть в плазме, помещенной в пробкотрон и состоящей из горячих электронов, функция распределения которых по скоростям равна нулю в конусе потерь, и значительно более холодной плазмы с изотропной функцией распределения. Такая плазма получена в ряде экспериментов (смотри, например, [2,3]).

Пусть функция распределения горячих электронов $n'f(v_\parallel, v_\perp) = 0$ при $|v_\parallel| > a v_\perp$, $a = \sqrt{R-1}$, R – пробочное отношение, n' – плотность горячих электронов, т.е. $\int f d\mathrm{v} = 1$. Холодная плазма имеет плотность n_0 и температуру T_0, $T_0/m \ll \bar{v}^2 = \int v^2 f d\mathrm{v}$. Тогда, если выполнены условия $k_\perp \gg k_\parallel$, $\gamma = \mathrm{Im}\,\omega \geqslant \omega_H$ или $k_\parallel \bar{v} \gtrsim \omega_H$, $\omega_H \ll \omega_0$, $\omega \gg \omega_H$, где $\omega_H = eH/mc$, а $\omega_0 = \sqrt{[4\pi e^2(n_0 + n')]/m}$ – плазменная частота, ω – частота колебаний, можно получить следующее дисперсионное соотношение

$$1 - \frac{\omega_{0i}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{n_0}{(n_0+n')}\left(1 - \frac{i\nu}{\omega}\right) + \frac{\omega_0^2}{k^2\bar{v}^2}\frac{n'}{(n_0+n')}\left\{\int_0^{\omega/k\bar{v}} \frac{|\omega|}{k\bar{v}} \frac{(\partial\psi/\partial x)\,dx}{\sqrt{\dfrac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2} - x^2}} - \right.$$

$$\left. - i\int_{\omega/k\bar{v}}^{\infty} \frac{\omega}{k\bar{v}} \frac{(\partial\psi/\partial x)\,dx}{\sqrt{x^2 - \dfrac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}}}\right\} = 0 \,, \qquad (1)$$

где $x = \frac{v_\perp}{\bar v}$; $\psi = 2\pi \bar v^2 \int f_0 dv_\parallel$; $\int\limits_0^\infty x dx \psi = 1$; $\omega_{0i}^2 = \frac{4\pi e^2 (n_0 + n')}{M}$

ν – частота электрон-ионных столкновений в холодной плазме. Член с ν учитывает трение холодных электронов о ионы.

Рассмотрим сначала случай, когда $n' \ll n_0$. Тогда из уравнения (1) получим, что

$$\omega \approx \omega_0 - \frac{i\nu}{2} + \frac{i\omega_0}{2} \frac{\omega_0^2}{k^2 \bar v^2} \frac{n'}{n_0} \phi\left(\frac{\omega_0}{k\bar v}\right), \tag{2}$$

$$\phi = -\int\limits_{\omega/k\bar v}^{\infty} \frac{\omega}{k\bar v} \frac{\partial\psi/\partial x}{\sqrt{x^2 - \omega^2/k^2 \bar v^2}} dx.$$

Функция $\phi(\omega_0/k\bar v)$ положительна при $(\omega_0/k\bar v) \lesssim 1$, $|\phi(\omega_0/k\bar v)| \lesssim 1$, т.е. неустойчивы волны с $k > (\omega_0/\bar v)$. Электрон-ионные столкновения могут привести к подавлению неустойчивости. Неустойчивость исчезает, если

$$n' < n_0 \frac{\nu}{\omega_0} \frac{1}{\mu}, \tag{3}$$

где

$$\mu = \max\left(\frac{\omega_0^2}{k^2 \bar v^2} \phi\left(\frac{\omega_0}{k\bar v}\right)\right).$$

Используя для ν выражение (4)

$$\nu = \frac{8\pi n_0 \Lambda e^4}{3\sqrt{3m} T_0^{3/2}} = \frac{8\pi n e^4 \Lambda}{m^2 c_0^3},$$

где Λ – кулоновский логарифм, получим, что для стабилизации неустойчивости необходимо выполнение условия (T_0 в электроновольтах)

$$n' < \frac{\omega_0^3 \Lambda}{c_0^3 \mu} \approx 0{,}7 \cdot 10^{-10} \frac{\Lambda}{\mu} \left(\frac{n_0}{T_0}\right)^{3/2}. \tag{4}$$

Значение μ и вид функции $\phi(\omega/k\bar v)$ определяются конкретным видом функции f_0 и, следовательно, зависят от пробочного отношения. Для оценки такой зависимости была выбрана модельная функция

$$f_{0M} = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a} \frac{1}{\pi^{3/2} \bar v^3} \exp\left[-\frac{1}{\bar v^2}(v_\perp^2 + v_\parallel^2)\right] \qquad |v_\parallel| > a v_\perp \tag{5}$$

$$f_{0M} = 0 \qquad\qquad |v_\parallel| > a v_\perp$$

Реально f_0 не будет резко обрываться при $|v_\parallel| = a v_\perp$. Однако это мало скажется на виде $\phi(\omega/k\bar{v})$ (см. работу [5], где приведены результаты численного расчета, подтверждающие этот факт). Для $f_0 = f_{0M}$ выражение, стоящее в фигурных скобках в уравнении (1), имеет вид:

$$F\left(\frac{\omega}{k\bar{v}}\right) = 2\frac{\omega}{k\bar{v}}\,\frac{\sqrt{1+a^2}}{a}\Big\{\sqrt{\pi}\Big[a\exp\Big[-\frac{(1+a^2)}{2}\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big] I_0\Big(\frac{(1+a^2)}{2}\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big) -$$

$$- \exp\Big(-\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big)\, a\int_0^{\omega^2/k^2\bar{v}^2} dx\exp\Big[-x\frac{(3+a^2)}{2}\Big] I_0\Big(\frac{1+a^2}{2}x\Big)\Big] - \frac{i}{\sqrt{\pi}}\Big[a\exp\Big[-\frac{(1+a^2)}{2}\times$$

$$\times\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big] K_0\Big(\frac{(1+a)^2}{2}\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big) - \exp\Big(-\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big)\, a\int_0^{\omega^2/k^2\bar{v}^2} dx\exp\Big[x\frac{(1-a^2)}{2}\Big] K_0\Big(\frac{1+a^2}{2}x\Big) -$$

$$- 2\exp\Big(-\frac{\omega^2}{k^2\bar{v}^2}\Big)\arcsin\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}\Big]\Big\}, \qquad (6)$$

где I_0, K_0 – функция Бесселя от мнимого аргумента. На рисунках 1 и 2 приведены зависимости μ, y_0, y_m и $\mathrm{Re}\,F(y_0, a)$ от пробочного отношения R, полученные из уравнения (6) с помощью численного расчета (величина y_0 определяется из уравнения $\mathrm{Im}\,F(y_0) = 0$, а величина y_m соответствует фазовой скорости, при которой инкремент неустойчивости, определяемый уравнением (2), максимален).

Из рисунков видно, что для обычно встречающихся в эксперименте пробочных отношений $R = 2 \div 5$ и значения кулоновского логарифма $\Lambda \approx 20$ неустойчивость исчезает, если (T_0 в электроновольтах)

$$n' \lesssim 7\cdot 10^{-8}\left(\frac{n_0}{T_0}\right)^{3/2}. \qquad (7)$$

Рассмотрим теперь случай, когда $n_0 \lesssim n'$, и учтем конечность температуры холодной электронной компоненты T_0. Используя критерий Найквиста, получим, что неустойчивость будет развиваться, если будет удовлетворяться неравенство

$$n_0 \gtrsim 10\, n' R^{1/2}\left(\frac{T_0}{m\bar{v}^2}\right)^{3/2}, \qquad (8)$$

т.е. если концентрация холодных электронов превышает некоторую критическую величину. Условие (8) учитывает затухание Ландау неустойчивых колебаний на холодных электронах.

Аналогично можно рассмотреть случай, когда холодных электронов нет, а их роль играют холодные ионы. Для этого в неравенстве (8) надо заме-

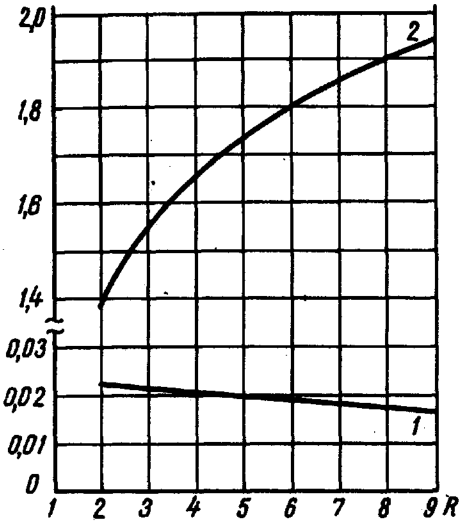

Рис.1. Зависимость μ - кривая *1* и $\mathrm{Re}F(y_0)$ – кривая *2* от величины пробочного отношения R

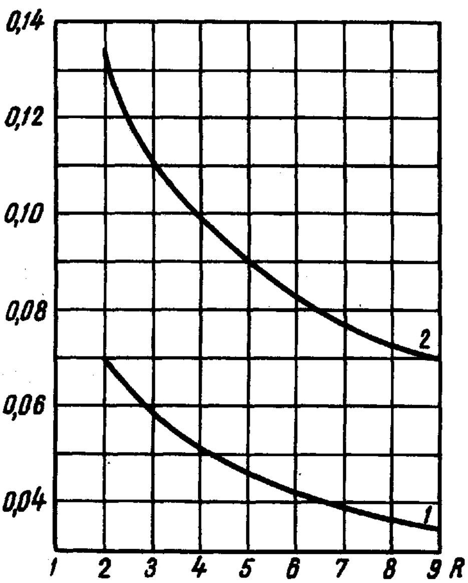

Рис.2. Зависимость y_m – кривая *1* и y_0 – кривая *2* от величины пробочного отношения R

нить отношение n_0/n' на m/M, а T_0 на T_i – температуру ионов. Получим, что неустойчивость существует, если

$$\frac{T_i}{m\bar{v}^2} \leq \left(\frac{m}{M}\right)^{2/3} \qquad (9)$$

Таким образом, для развития неустойчивости необходимо сильное различие электронной и ионной температур.

Пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность Рудакову Л.И. за постановку и плодотворное обсуждение задачи.

Поступило в редакцию
30 ноября 1966 г.

Литература

[1] M.N.Rosenbluth, R.F.Post. Phys. Fluids, 8, 547, 1965.
[2] П.И.Блинов, Л.П.Закатов, А.Г.Плахов, Р.В.Чикин, В.В.Шапкин. Письма ЖЭТФ, 2, 426, 1965.
[3] J. Alexeff, R.V.Neidigh, W.F.Peed. Phys. Rev. 136 A, 689, 1964.
[4] Д.В.Сивухин. „Вопросы теории плазмы". Атомиздат, 4, 128, 1964.
[5] R.F.Post, M.N.Rosenbluth. '"Electrostatic instabilities in finite mirror — confined plasmas", UCRL-14388.