

КОЛЛЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА ЭКСИТОНОВ БОЛЬШОГО РАДИУСА

Л.В.Келдыш, А.Н.Козлов

В некоторых полупроводниках (Ge, CdS, GaAs) боровский радиус экситона достигает больших размеров: $a_0 = \hbar^2 \epsilon / m_e^2 \sim 10^{-6}$ см. Экситоны такого радиуса начинают "соприкасаться" при сравнительно невысоких плотностях $n \sim a_0^{-3} \sim 10^{18}$ см⁻³, которые при современных экспериментальных средствах вполне достижимы. Ясно, что при $na_0^3 \sim 1$ экситоны сильно влияют друг на друга, в частности, боровский уровень экситона $E_0 = -me_0^4 / 2\hbar^2 \epsilon^2 \sim -10^{-2}$ эв должен, вообще говоря, измениться на величину порядка самого себя. Очевидно, что при $na_0^3 \gg 1$ экситон не является хорошей квазичастицей [1] и модель неидеального бозе-газа экситонов столь же плоха, как модель неидеального бозе-газа куперовских пар для сверхпроводника. Предельный случай, $na_0^3 \gg 1$, был рассмотрен ранее [2,3]. В настоящей статье излагаются результаты, относящиеся к противоположному случаю, $na_0^3 \ll 1$. Мы покажем, что и в этом пределе экситоны не могут рассматриваться строго как бозе-частицы, если речь идет о коллективных эффектах. Причина в том, что в зависимости от n перенормируются свойства электронов и дырок, образующих экситоны. Учет этого дает во все формулы вклад того же порядка, что и учет неидеальности газа экситонов. Строгое исследование этого вопроса представляется особенно интересным в связи с тем, что рядом авторов [4-6] на основе представления об экситонах, как о бозе-частицах, была предсказана их бозе-конденсация.

Рассмотрим двухзонную модель полупроводника с законом дисперсии

$$E_c(\vec{p}) = E_g + \frac{\hbar^2 p^2}{2m_c} - \mu_c \quad \text{и} \quad E_v(\vec{p}) = -\frac{\hbar^2 p^2}{2m_v} - \mu_v, \text{ где } \mu_c - \text{хим. потенциал в зоне}$$

проводимости и μ_v - в валентной зоне. Электроны взаимодействуют по закону Кулона с эффективным зарядом $e = e_0 / \sqrt{\epsilon}$, так что

$$H_{int} = \frac{1}{2} \sum_{\vec{p}, \vec{p}', \vec{q}} V_{\vec{q}} (a_{c\vec{p}}^+ a_{c\vec{p}'}^+ a_{c\vec{p}+\vec{q}} a_{c\vec{p}'-\vec{q}} + a_{v\vec{p}}^+ a_{v\vec{p}'}^+ a_{v\vec{p}+\vec{q}} a_{v\vec{p}'-\vec{q}} + 2 a_{c\vec{p}}^+ a_{v\vec{p}'}^+ a_{v\vec{p}+\vec{q}} a_{c\vec{p}'-\vec{q}}); \quad V_{\vec{q}} = 4\pi e^2 / \epsilon^2 \quad (1)$$

Время жизни экситона велико по сравнению со всеми временами релаксации, благодаря чему систему экситонов можно рассматривать в термодинамическом равновесии при заданной концентрации. Положим $T = 0$. При наличии связанных электрон-дырочных пар (экситонов) корреляторы $\langle a_{v\vec{p}}^+ a_{c\vec{p}}^+ \rangle$ и $\langle a_{c\vec{p}} a_{v\vec{p}}^+ \rangle$ имеют отличные от нуля значения. Этим корреляторам соответствуют функции Грина $G_{vc}(p)$ и $G_{cv}(p)$, которые мы

введем наряду с обычными функциями $G_c(p)$ и $G_v(p)$. Совокупность функций Грина удовлетворяет системе уравнений Дайсона

$$\begin{cases} G_c^{(0)-1}(p) G_c(p) = 1 + \Sigma_c(p) G_c(p) + \Sigma_{cv}(p) G_{vc}(p), \\ G_v^{(0)-1}(p) G_{vc}(p) = \Sigma_{vc}(p) G_c(p) + \Sigma_v(p) G_{vc}(p). \end{cases} \quad (2)$$

Эта система подобна уравнениям Горькова. Будем решать ее сначала в первом приближении по взаимодействию. Для собственно энергетической части $\Sigma_{vc}(p)$ получим уравнение

$$\Sigma_{vc}(\vec{p}) = v \overbrace{c}^c = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} V_{\vec{p}-\vec{p}'} \frac{\Sigma_{vc}(\vec{p}')}{2\epsilon(\vec{p}')}, \quad (3)$$

где $\epsilon_{\vec{p}}^2 = E_{\vec{p}}^2 + \Sigma_{vc}^2(p)$, $E_{\vec{p}} = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{\mu_c - \mu_v}{2} - \frac{\Sigma_c(\vec{p}) - \Sigma_v(\vec{p})}{2}$.

$$\frac{2}{m} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}.$$

Уравнение (3) аналогично уравнению для Δ в теории сверхпроводимости. Считая $\Sigma_{vc}(\vec{p})$ малой величиной, разложим $\epsilon_{\vec{p}} = E_{\vec{p}} + \Sigma_{vc}^2(\vec{p}) / 2\epsilon_{\vec{p}}$. После этого (3) примет относительно функции $v_{\vec{p}} = \Sigma_{vc}(\vec{p}) / 2\epsilon_{\vec{p}}$ вид уравнения Шредингера с кулоновым потенциалом плюс малое возмущение, зависящее от $\Sigma_{vc}(\vec{p})$ (или от $v_{\vec{p}}$). Условие нормировки на $v_{\vec{p}}$ получим, выражая плотность экситонов через решение системы (2):

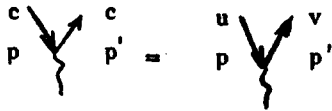
$$n = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\epsilon_{\vec{p}} - E_{\vec{p}}}{2\epsilon_{\vec{p}}} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} V_{\vec{p}}^2. \quad (4)$$

Экситонный уровень (хим. потенциал экситона) $\mu_{\vec{p}} = \mu_c - \mu_v$ определится, если найти собственное значение уравнения (3). Ниже мы будем считать, что $\epsilon = a_0 = m/2 = 1$. В нулевом приближении $\mu_0 = E_0 = -1/2$, а $v_{\vec{p}}$ есть нормированная согласно условию (4) волновая функция основного состояния в кулоновом поле: $v_{\vec{p}} = 8\sqrt{\pi n} / (\vec{p}^2 + 1)^2$. Экситонный уровень вместе с поправкой равен $\mu_0 = -1/2 + 13\pi n/3$. В том же приближении (первый порядок по $V_{\vec{p}}$) гриновские функции равны

$$\begin{aligned} G_c(p) &= u_{\vec{p}}^2 G_e(p) - v_{\vec{p}}^2 G_h(-p), & G_{vc}(p) &= u_{\vec{p}} v_{\vec{p}} [G_e(p) + G_h(-p)]; \\ G_e(p) &= (\omega - \frac{m_v - m_c}{m_v + m_c} \frac{\vec{p}^2}{2m} - \epsilon + i\delta)^{-1}, & G_h(p) &= (\omega + \frac{m_v - m_c}{m_v + m_c} \frac{\vec{p}^2}{2m} - \epsilon_{\vec{p}} + i\delta)^{-1}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$u_{\vec{p}}^2 = 1 - v_{\vec{p}}^2.$$

Полученный результат соответствует каноническому преобразованию $a_{c\vec{p}} = u_{\vec{p}} a_{e\vec{p}} - v_{\vec{p}} a_{h, -\vec{p}}^+$, $a_{v\vec{p}} = v_{\vec{p}} a_{e\vec{p}} + u_{\vec{p}} a_{h, -\vec{p}}^+$ к новым фермиоператорам (одновременно мы перешли к дырочному представлению в валентной зоне). При переходе к новому представлению матричные элементы взаимодействия изменятся следующим образом: вместо одной вершины типа



появятся вершины двух типов

$$\gamma(\vec{p}, \vec{p}') = \begin{array}{c} e \quad e \\ \diagdown \quad \diagup \\ p \quad p' \end{array} = \begin{array}{c} h \quad h \\ \diagdown \quad \diagup \\ p \quad p' \end{array} = u_{\vec{p}} u_{\vec{p}'} + v_{\vec{p}} v_{\vec{p}'};$$

$$\tilde{\gamma}(\vec{p}, \vec{p}') = \begin{array}{c} e \quad h \quad h \quad e \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \\ p \quad -p' \quad -p' \quad p' \end{array} = v_{\vec{p}} u_{\vec{p}'} - u_{\vec{p}} v_{\vec{p}'}.$$

Поправка $\Delta \mu_3^{(1)} = 13\pi n/3$ к μ_3 найдена в первом порядке по $V_{\vec{q}}$. Можно показать, что более сложные, чем (3), диаграммы для собственно энергетических частей Σ_c , Σ_v и Σ_{vc} также дают линейные по n поправки в μ_3 . Суммирование всей бесконечной последовательности таких диаграмм дает вклад $\Delta \mu_3^{(2)}$, который схематически изображен на рис. 1.

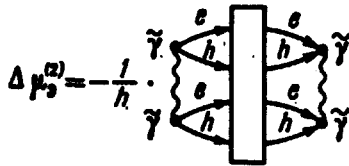


Рис. 1

"Кирпич" на этом рисунке означает, что четыре фермиевские линии всевозможными способами соединены друг с другом линиями взаимодействия (при этом он не содержит вершин $\tilde{\gamma} \sim \sqrt{n}$). Слева фермиевские линии замыкаются на амплитуду рождения двух пар частиц, справа – на амплитуду уничтожения. В "кирпич" входят амплитуды рассеяния двух, трех и четырех частиц друг на друге в вакууме, а также член, в котором все четыре линии свободны.

Для выяснения устойчивости основного состояния (оно является бозе-конденсированным, поскольку $G_{vc}(p) \neq 0$) необходимо исследовать спектр коллективных возбуждений. С этой целью рассмотрим уравнения для двухчастичных функций Грина (см. рис. 2). В уравнениях члены сгруппированы таким образом, что заштрихованный блок с четырьмя концами представляет совокупность диаграмм, не распадающихся на две части. U и \tilde{U} обозначают вершины, неприводимые по парам одинаково направленных линий e и h .

Уравнения, схематически изображенные на рис. 1, описывают распространение пары частица-дырка. По своему виду они аналогичны уравнениям Беляева [7] для гриновских функций неидеального бозе-газа, но, в отличие от них являются интегральными. Они, как и уравнение (3) для

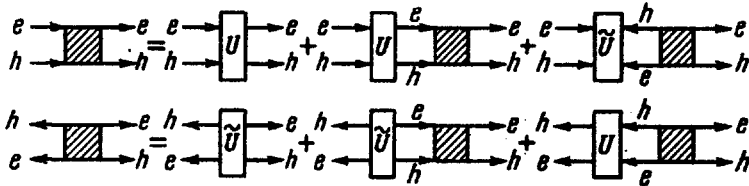


Рис. 2

$\Sigma_{vc}(p)$, оказываются слабо возмущенными уравнениями Шредингера с кулоновым потенциалом и могут быть решены в первом порядке по n . Полюс соответствующего решения определяет акустический закон дисперсии $\omega(k) = \sqrt{s^2 k^2 + (k^2/2M)^2}$, где $s = \sqrt{\mu_3/M}$ и $M = m_c + m_v$. Этот результат, согласно которому $\omega(0) = 0$, основан на некотором соотношении между собственно энергетическими и вершинными частями диаграмм, которое возникает благодаря тому обстоятельству, что вклад от высших (начиная

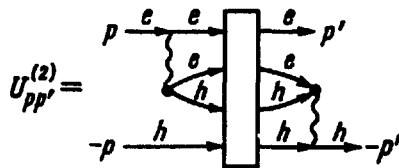


Рис. 3

со второго) порядков в U и \tilde{U} выражается через тот же восьмивостый блок, что и $\Delta \mu_3^r$. Для примера на рис. 3 изображена вершина $U^{(r)}$.

Таким образом, система экситонов малой плотности обладает многими свойствами слабо неидеального бозе-газа и, в частности, является сверхтекучей. Однако, имеется существенное отличие от бозе-газа, которое состоит в том, что μ_3 и s выражаются не только через амплитуду рассеяния двух экситонов друг на друге, но содержат еще существенно положительную добавку, связанную с перенормировкой свойств электронов и дырок и взаимодействия между ними. Благодаря этому система может быть устойчива даже при наличии слабого притяжения между экситонами.

Формула, аналогичная (6), для системы фермионов одного сорта со взаимодействием, которое должно существенно зависеть от спинов, была получена В.Н. Поповым. [8]

Литература

- [1] Я.Б.Зельдович, ЖЭТФ, 37, 569, 1959.
- [2] Л.В.Келдыш, Ю.В.Копяев, ФТТ, 6, 2791, 1964.
- [3] А.Н.Козлов, Л.А.Максимов, ЖЭТФ, 48, 1184, 1965; 49, 1284, 1965; 50, 131, 1966.
- [4] С.А.Москаленко, П.И.Хаджи, А.И.Бобрышева, ФТТ, 5, 1444, 1963.
- [5] С.А.Москаленко, ФТТ, 4, 276, 1962.
- [6] J.M.Blatt, K.W.Böer, W.Brandt, Phys. Rev., 126, 1691, 1962.
- [7] С.Т.Беляев, ЖЭТФ, 34, 417, 1958.
- [8] В.Н.Попов, ЖЭТФ, 50, 1550, 1966.

РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА КОГЕРЕНТНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛНАХ

В.С.Львов, С.С.Старобинец

Изучение рассеяния света в магнито-упорядоченных кристаллах позволяет получить важную информацию о динамике спиновой системы. Недавно [1] было обнаружено комбинационное рассеяние света в антиферромагнетике FeF_2 . Однако, этот эффект оказался весьма слабым, что было в значительной мере обусловлено малостью амплитуды тепловых спиновых волн.

В настоящем письме рассматривается комбинационное рассеяние света на когерентных спиновых волнах, возбуждаемых, например, параметрическим образом. Существенно то, что при таком методе возбуждения экспериментально достижимая энергия монохроматических спиновых волн превышает kT на $15\div 16$ порядков [2].

Кроме того, длина таких спиновых волн может изменяться в широких пределах ($0 < k_m < 10^5 \text{ см}^{-1}$) с помощью магнитного поля и сравнима с длиной волны света. Все это позволяет наблюдать интенсивное рассеяние света на любой угол ($0 - \pi$), величина которого зависит от внешнего магнитного поля.

Рассмотрим для простоты стоячую спиновую волну:

$$\vec{m}(\vec{r}, t) = \vec{m} \cos(\vec{k}_m \vec{r}) \cos \Omega t, \quad (1)$$

где $\vec{k}_m \perp \vec{H}_0$ и $\Omega = \Omega_H/2$. Это соответствует случаю "параллельной подкачки" с частотой Ω_H . Пусть на ферромагнетик, в котором возбуждена волна (1) падает свет с частотой $\omega \gg \Omega$ и волновым вектором \vec{k}_p . Будем предполагать, что преобладает любой из двух механизмов комбинационного рассеяния — "магнитный" или "электрический", предложенных соответственно Бассом, Кагановым [4] и Эллиотом, Лондоном [5]. Тогда дифференциальное сечение рассеяния, полученное одним из авто-