# ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА АНОМАЛЬНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

*Б.Т.Гейликман, В.З.Кресин*

Как известно, экспериментальные данные для различных свойств так называемых аномальных сверхпроводников (к ним, прежде всего, относятся Pb, Hg, Nb, NbN), плохо согласуются с теоретическими формулами, полученными в обычной теории сверхпроводимости (см. [1]). В этих сверхпроводниках электрон-фононное взаимодействие не является слабым и, в связи с этим, отношение $\pi T_k/\theta$ ($\theta$ – дебаевская температура) не является пренебрежимо малым (например, для Pb $\pi T_k/\theta \simeq 0{,}25$).

В работах [2] с помощью численных расчетов, а в [3] – аналитически на основе модели Фрелиха, непосредственно учитывающей взаимодействие электронов с решеткой, были вычислены отношение $\Delta(o)/T_k$ и другие характеристики аномальных сверхпроводников.

В настоящей работе рассматриваются скачок теплоемкости при переходе из сверхпроводящего в нормальное состояние и поведение теплопроводности вблизи $T_k$ для сверхпроводников с сильной связью.

Запишем уравнение для собственно-энергетической части $\Sigma(\omega_n, T)$, описывающей спаривание электронов [4]:

$$\Sigma(\omega_n, T) = \frac{T}{(2\pi)^3} g^2 \sum_{\omega_{n'}} \int d\mathbf{k} \frac{\omega^2}{\omega^2 + (\omega_n - \omega_{n'})^2} \cdot \frac{\Sigma(\omega_{n'}, T)}{\omega_{n'}^2(1+\gamma\Sigma^2/\omega^2)+\xi^2+\Sigma^2(\omega_{n'}, T)}, \quad (1)$$

$\omega_n = (2n+1)\pi T$, $\omega$ – энергия фонона. Член $\sim \omega_{n'}^2 \Sigma^2/\omega^2$ в знаменателе подынтегрального выражения в (1) возникает из-за зависимости функции $\Sigma_1(\omega_n, T)$, описывающей рассеяние (мы не станем подробно выписывать соответствующее выражение), от $\Sigma$. Рассматривая добавку к $\Sigma_1$, связанную $\Sigma$, как возмущение, находим член $\sim \omega_{n'}^2 \Sigma^2/\omega^2$. Процессы рассеяния, в основном, приводят к перенормировке химического потенциала и к затуханию, существенному лишь в непосредственной близости к $T_k$ и при $\omega_{n'} \sim \theta$ [4]. Решение уравнения (1) ищем в виде:

$$\Sigma(\omega_n, T) = \Sigma_0 + \Sigma'; \quad \Sigma_0 = C(T) \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_n^2}. \quad (2)$$

$\Sigma' \ll \Sigma_0$, причем функция $C(T) \equiv \Sigma(o, T)$ вычисляется с помощью (1).

Для нахождения искомой функции $C(T)$ при $T \to T_k$ исследуется вытекающее из (1) уравнение:

$$T \sum_{\omega_{n'}} \int d\mathbf{k} \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_{n'}^2} \cdot \frac{\Sigma(\omega_{n'}, T)/C}{\omega_{n'}^2 + \xi^2}\Big|_{T=T_k} = T \sum_{\omega_{n'}} \int d\mathbf{k} \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_{n'}^2} \times$$
$$\times \frac{\Sigma(\omega_{n'}, T)/C}{\omega_{n'}^2(1+\gamma\Sigma^2/\omega^2)+\xi^2+\Sigma^2(\omega_{n'}, T)}\Big|_{T\to T_k}. \quad (3)$$

Вблизи $T_k$ $\Sigma/\omega_n \ll 1$. Производим соответствующее разложение в правой части (3) и решаем полученное уравнение (функция $\Sigma' = \Sigma(\omega_n, T) - \Sigma_0$

вычисляется с помощью (1)). Энергетическая щель, определяемая с помощью равенства $\omega = \Sigma(-i\omega)$, равна:

$$\frac{\Delta}{T}\Big|_{T \to T_k} = a\left(1 - \frac{T}{T_k}\right)^{1/2}.$$

В приближении слабой связи, как известно, $a = 3{,}06$. В рассматриваемом случае величина $a$ определяется при решении уравнения (3); при этом поправки оказываются порядка $(\pi T_k/\theta)^2$. Количественный расчет производился для Pb. Использовались экспериментальные данные, описывающие фононный спектр Pb [5]. Расчет производился в модели Эйнштейна, а также для случая, когда фононный спектр Pb аппроксимируется согласно [6] (полагаем $\omega = uq|_{0<q<0{,}35\,q_D}$; $\omega = \omega_0 = 0{,}7\,\theta|_{0{,}35\,q_D<q<q_D}$; $q_D$ – дебаевский импульс) (см. также [7]). Следует отметить, однако, что полученный результат слабо зависит от деталей фононного спектра. В частности, близкие результаты получаются при рассмотрении звукового закона дисперсии во всей области импульсов.

Вычисление приводит к следующему результату для Pb:

$$\frac{\Delta}{T}\Big|_{T \to T_k} \simeq 4\left(1 - \frac{T}{T_k}\right)^{1/2}. \qquad (4)$$

Нетрудно показать, что учет кулоновского взаимодействия с численным значением, например, $g_{coul}\,\nu = 0{,}11$ [2] несколько увеличивает $a$.

При вычислении теплоемкости исходим из обычного выражения для энтропии, которое приводится и в случае модели Фрелиха к виду:

$$S_{T \to T_k} = \frac{\pi^2}{3}\nu T\left[1 - \frac{3}{2\pi^2}\left(\frac{\Delta}{T}\right)^2\right]$$

($\nu$ – плотность состояний на поверхности Ферми), что дает для скачка теплоемкости

$$\beta = C_s(T_k)/C_n(T_k) = 1 + \frac{3}{2\pi^2}a^2.$$

Подставляя определяемое (4) значение $a$, получаем: $\beta_{Pb} \simeq 3{,}4$, что вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные (согласно [1] $\beta_{Pb} = 3{,}65$, согласно [8] (см. также [9]) $\beta_{Pb} = 3{,}4$.

Можно показать, исходя из точного определения коэффициента теплопроводности $\kappa$ [10], что зависимость $\kappa(T)$ определяется формулами, полученными в обычной теории [11], в которых, однако, $\Delta(T)$ определяется согласно (4). Так, например, электронная теплопроводность $\kappa_e$, определяемая примесным рассеянием, описывается формулой [12]:

$$\kappa_{es}/\kappa_{en} = F(T)/F(T_k); \quad F(T) = \theta^{-1}\int_{-\infty}^{\Delta} \epsilon^2 \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}\, d\epsilon,$$

что, с учетом (4), приводит к более резкому, по сравнению с обычным случаем, падению $\kappa_e$ с понижением температуры, что и наблюдается на опыте. Аналогичные результаты получаются и при рассмотрении теплопроводности чистых аномальных сверхпроводников. При этом экспериментальные данные [12] вполне удовлетворительно описываются формулами, полученными в [13] с учетом (4).

Следует заметить, что аномальные сверхпроводники могут быть созданы искусственным образом. Как известно, при внесении в кристалл тяжелых примесей в фононном спектре кристалла появляется квазилокальный пик с частотой, равной $\omega_m / \sqrt{(M/m) - 1}$ ($\omega_m$ и $m$ – максимальная частота и масса атома матрицы, $M$ – масса атома примеси) [14]. Благодаря этому, при добавлении тяжелой примеси, эффективная дебаевская температура, определяющая согласно формуле $T_k = 1{,}14\,\theta e^{-1/g}$ критическую температуру, станет меньше. Вместе с тем в случае достаточно большой концентрации немагнитной примеси (10–20%) из-за дополнительного притяжения между электронами проводимости, возникающего благодаря их взаимодействию с электронами на примесных уровнях, константа $g$ может увеличиться (см.[15]). Тогда отношение $T_k/\theta$ увеличится по сравнению с чистым сверхпроводником, что соответствует появлению сильной связи.

Московский государственный
заочный педагогический институт

Поступило в редакцию
20 января 1967 г.

## Литература

[1] Дж. Бардин, Дж.Шриффер. Новое в изучении сверхпроводимости. Физматгиз, 1962.

[2] D. Sealapino, Y.Wada. Phys. Rev. Lett., **14**, 102, 1965; J.Swihart, Y.Wada, D.Sealapino. Phys. Rev. Lett., **14**, 106, 1965.

[3] Б.Т.Гейликман, В.З.Кресин. ФТТ, **7**, 3294, 1965; сб. Проблемы многих тел. Материалы Междунар. конф., март, 1965.

[4] Г.М.Элиашберг. ЖЭТФ, **39**, 1437, 1960.

[5] B. Brock House, T.Arase, G.Gaglioti, K.Rao, A.Woods. Phys. Rev., **128**, 1099, 1962.

[6] Y.Wada. Rev. Mod. Phys., **36**, 253, 1964.

[7] J.Bardeen, M.Stephen. Phys. Rev.. **136**, 6A 1964.

[8] Д.Шенберг. Сверхпроводимость. ИЛ, 1955.

[9] В.Л.Покровский, М.С.Рывкин. ЖЭТФ, **43**, 92, 1962.

[10] R.Cubo, M.Yokota, S.Wakajima, J.Phys. Soc. Japan, **12**, 1203, 1957, K.Maki. Progr. of Theor. Phys., **31**, 378, 1964,

[11] Б.Т.Гейликман. ЖЭТФ, **34**, 1042, 1958; J.Bardeen, C.Rickayzen, L.Tewordt. Phys. Rev., **113**, 982, 1959.

[12] J.K.Hulm. Proc. Roy. Soc., **204**, 98, 1950.

[13] Б.Т.Гейликман, В.З.Кресин. ЖЭТФ, **41**, 1142, 1961.

[14] И.М.Лифшиц. ЖЭТФ, **17**, 1017, 1947; ЖЭТФ, **18**, 293, 1948; Ю.М.Каган, Я.Иосилевский. ЖЭТФ, **42**, 259, 1962; ЖЭТФ, **45**, 819, 1963.

[15] С.В.Вонсовский, М.С.Свирский. ЖЭТФ, **47**, 1354, 1964; Б.Т.Гейликман. ЖЭТФ, **48**, 1354, 1964; ФТТ, **68**, 2536, 1966.