ЦИКЛОТРОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ИОНОВ В КРИВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Л.В.Михайловская

Известно, что в плазме с моноэнергетическими ионами возможно развитие неустойчивостей, характерные частоты которых порядка или выше ионной циклотронной частоты (см. [1], а также обзор [2] и цитируемую там литературу). Как правило, исследование этих неустойчивостей производится в приближении однородного магнитного поля.

В настоящей работе показано, что учет кривизны магнитного поля приводит к появлению еще одной разновидности циклотронной неустойчивости плазмы с моноэнергетическими ионами. Эта неустойчивость развивается вблизи ионной циклотронной частоты и ее гармоник и примечательна тем, что она может существовать при таких параметрах, когда другие виды циклотронной неустойчивости невозможны.

Для учета кривизны магнитного поля рассмотрим модель винтового поля с цилиндрической симметрией и равным нулю скосом (Shear'ом). Предполагая колебания мелкомасштабными по сравнению с размером неоднородности плазмы, известным путем (см. [3]) получим дисперсионное уравнение

$$1 - \sum_{i,e} \frac{4\pi e^2}{MK^2} \int \Big\{ \frac{\partial F}{\partial \epsilon} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_n I_n^2 G \Big\} d\epsilon\, dv_{II} = 0, \qquad (1)$$

где

$$G = \omega \frac{\partial F}{\partial \epsilon} + k_{II}\Big(\frac{\partial F}{\partial v_{II}} - v_{II} \frac{\partial F}{\partial \epsilon}\Big) - \frac{k_b}{\omega_B} \frac{\partial F}{\partial r},$$

$$\zeta_n = (\omega - n\omega_B - k_{II} v_{II} - k_b \dot{u}_M)^{-1},$$

$$\epsilon = \frac{v_\perp^2}{2}, \quad \omega_B = \frac{eB}{Mc},$$

$$v_M = \frac{1}{\omega_B}\left(\frac{v_{II}^2}{R} - \frac{v_\perp^2}{2}\frac{\partial \ln B}{\partial r}\right),$$

ω – частота возмущений ($\sim e^{-i\omega t}$), $I_n = I_n(\xi)$ – функция Бесселя, $\xi = k_\perp v_\perp / \omega_B$, n – номер гармоники, F – функция распределения; R – радиус кривизны силовой линии; k_{II}, k_b, $k_\perp$ – проекции волнового вектора на силовую линию магнитного поля, на бинормаль к ней и на плоскость, перпендикулярную силовой линии. Индексы i и e относятся к ионам и электронам. Остальные обозначения общепринятые.

При $R \to \infty$ и $\partial F/\partial r = 0$ уравнение (1) переходит в уравнение Харриса [1].

Рассмотрим уравнение (1) в случае, когда $k_{II} = 0$, $\omega \sim p\,\omega_{Bi}$ (p – номер гармоники), $F_i = n_0(r)(1/2\pi v_\perp)\delta(v_\perp - v_0)\ \delta(v_{II})$, и плотность плазмы n_0 достаточно низка, так что $\omega_{pe}^2 \ll \omega_{Be}^2$ (где $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_0/M$). Уравнение (1) точно при таких предположениях, но при $R \to \infty$, было рассмотрено в работах [4, 5], где показано, что плазма с моноэнергетическими ионами неустойчива относительно колебаний с $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$, если плотность плазмы достаточно велика. Во всяком случае, если $\omega_{pi}^2 \lesssim \omega_{Bi}^2$, то колебания с $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ в приближении однородного магнитного поля устойчивы. Покажем, что учет кривизны магнитного поля приводит к тому, что при $\omega_{pi}^2 \lesssim \omega_{Bi}^2$ плазма оказывается неустойчивой. Будем считать, что $\omega \simeq p\,\omega_{Bi}$, и в сумме по гармоникам оставим только p-тую гармонику (остальные гармоники малы по сравнению с ней как ρ_i^2/rR, где $\rho_i = v_0/\omega_{Bi}$ – ларморовский радиус ионов). Частоту ω всюду, кроме знаменателя p-той гармоники заменим на $p\,\omega_{Bi}$.

Интеграл по ϵ возьмем по частям и учтем, что скорость дрейфа v_M, входящая в знаменатель p-той гармоники, зависит от ϵ. Это приводит к тому, что уравнение (1) становится квадратным относительно величины $\delta = (\omega - p\omega_{Bi} - k_b v_M)/\omega_{Bi}$, а именно

$$\delta^2\left(\frac{\omega_{Bi}}{\omega_{pi}}\right)^2 - \delta\,\frac{I_p}{\xi}\left(2p\,\frac{dI_p}{d\xi} + k_b\kappa\rho_i^2\,\frac{I_p}{\xi}\right) - \frac{k_b p}{R}\rho_i^2\,\frac{I_p^2}{\xi^2} = 0, \quad (2)$$

где $\kappa = d\ln n_0/dr$, а все величины берутся при $v_\perp = v_0$.

Из (2) видно, что при $k_b\,p/R < 0$ возможно развитие неустойчивых колебаний, максимальный инкремент которых достигается при $\xi \to \xi_p$, где ξ_p – точка, в которой обращается в нуль скобка, стоящая при $\delta(I_p/\xi)$. По порядку величины инкремент равен

$$\gamma = Im\,\omega \sim \omega_{pi}\rho_i\sqrt{|k_b|/R}, \quad (3)$$

при этом $\mathrm{Re}\,\omega = p\,\omega_{Bi} + (k_b/\omega_{Bi})(v_0^2/2R)$.

Заметим, что циклотронная частота, входящая в знаменатель p-той гармоники, зависит от радиуса. Поэтому наше рассмотрение справедливо, если ее изменение на длине волны ($\sim\rho_i$) много меньше инкремента (3). Это приводит к ограничению на плотность плазмы, при которой возможно развитие указанной неустойчивости

$$(\omega_{pi}/\omega_{Bi})^2 \gg 1/|k_b|R. \qquad (4)$$

В заключение хочу поблагодарить А.Б.Михайловского и В.В.Арсенина за полезные советы, участников семинара И.Н.Головина за обсуждение результатов работы.

Поступило в редакцию
10 февраля 1967 г.

Литература

[1] E.Harris. Phys. Rev. Lett., 2, 34, 1959.

[2] А.В.Тимофеев, В.И.Пистунович. Вопросы теории плазмы, т.5, Госатомиздат, М., 1967.

[3] Л.В.Михайловская, А.Б.Михайловский. Ядерный синтез, 3, 113, 1963.

[4] R.Dory, G.Guest, E.Harris. Phys. Rev. Lett., 14, 131, 1965.

[5] А.Б.Михайловский. Ядерный синтез, 5, 125, 1965.