К ТЕОРИИ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО УВЕЛИЧЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Г.И.Копылов

Увеличение изображений в голографии достигается применением расходящихся пучков. Это делает возможным голографический микроскоп. Обычно [1] для этого используется голограмма самого предмета. Мы обращаем внимание на другой тип микроскопа. В нем на голограмме фиксируется не предмет, а интерференция волн от двух источников. Глядя сквозь эту голограмму на предмет, освещенный когерентным пучком, можно получить увеличенное изображение предмета. По существу,это мало чем отличается от использования зонной пластинки Френеля в качестве линзы. В некоторых условиях такая схема может оказаться удобной.

Наметим вкратце теорию такого микроскопа. Если A и B – когерентные источники, то поле в точке P фотопластинки $z=0$ будет $U(P)=U_A+U_B=\exp(-ik\cdot PA)+\exp(-ik\cdot PB)$. На проявленную пластинку-голограмму, увеличенную в m раз, пусть падает от предмета O световое когерентное поле $s(O)$ с волновым числом k'. Тогда поле в некоторой плоскости I будет

$$S(I)=\int s(O)\, e^{-ik\cdot OP}\, |U(m^{-1}P)|^2\, e^{-ik'\cdot PI}\, dO\, dP. \qquad (1)$$

Ограничимся далее только полем $S(I)$ от интерференционных членов $U_A^* U_B$ или $U_A U_B^*$, считая, что поля от $|U_A|^2+|U_B|^2$ окажутся в других частях плоскости I. Тогда в приближении узких пучков и полагая для простоты предмет одномерным, имеем

$$S(x_I)=\int s(x_O)\exp\Big\{-ik'\Big[\frac{(x_P-x_O)^2}{2z_O}+\frac{(x_I-x_P)^2}{2z_I}\Big]\pm$$
$$\pm ik\Big[\frac{(m^{-1}x_P-x_A)^2}{2z_A}-\frac{(m^{-1}x_P-x_B)^2}{2z_B}\Big]\Big\}\, dx_O\, dx_P. \qquad (2)$$

Потребуем, чтобы коэффициенты при x_P^2 в экспоненте обратились в нуль, тогда интеграл по dx_P приведет к δ – функции от x_O, и после интегрирования по x_O окажется, что поле S повторяет поле s в

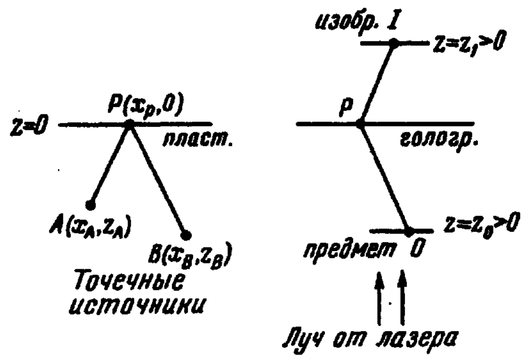

Рис.1

некотором масштабе, т.е. изображение повторяет объект. Аргумент δ – функции – это коэффициент при x_P (2), так что условия на плоскость I следующие

$$-k'\,(z_O^{-1}+z_I^{-1}) \pm k\,m^{-2}\,(z_A^{-1}-z_B^{-1})=0\,,$$

$$k'\left(\frac{x_O}{z_O}+\frac{x_I}{z_I}\right)\mp\frac{k}{m}\left(\frac{x_A}{z_A}-\frac{x_B}{z_B}\right)=0\,.$$

Отсюда положение изображения I и увеличение M

$$z_I=\left[-\frac{1}{z_O}\pm\frac{k}{k'm^2}\left(\frac{1}{z_A}-\frac{1}{z_B}\right)\right]^{-1};\quad M=\left[1\mp\frac{kz_O}{k'm^2}\left(\frac{1}{z_A}-\frac{1}{z_B}\right)\right]^{-1}.$$

Поле в плоскости I будет

$$S(x_I)=s\left(-\frac{x_I}{M}\mp\frac{k\,z_O}{mk'}\left(\frac{x_B}{z_B}-\frac{x_A}{z_A}\right)\right)$$

с некоторым фазовым множителем, который визуально не наблюдаем. Изображений всегда два, иногда оба мнимых, иногда одно мнимое, другое действительное, иногда оба действительных; будучи в разных плоскостях, они не мешают друг другу.

В простейшем случае $m=1$, $k=k'$, $z_A=\infty$ имеем

$$M=\frac{z_B}{z_B\pm z_O};\quad z_I=-\frac{z_Oz_B}{z_B\pm z_O};\quad x_I=\frac{x_Oz_B\pm z_Ox_B}{z_B\pm z_O}.$$

Увеличенное изображение получится тогда, когда предмет помещают чуть ближе к голограмме, чем источник B. Из рис.2 видно, как графически можно получать величину изображения.

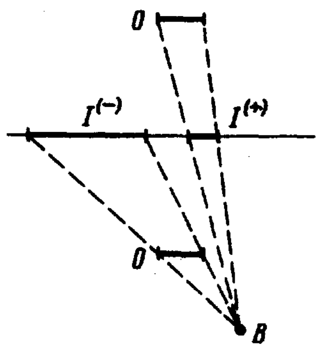

Рис.2

Таким образом, ясно, что для наблюдения предмета в голографический микроскоп нет нужды изготовлять голограмму предмета; достаточно изготовить голограмму светового поля двух точечных источников, чтобы эта голограмма сама стала микроскопом.

Я благодарен М.И.Подгорецкому, Я.А.Смородинскому и Л.М.Сороко за ценные обсуждения.

Объединенный институт ядерных исследований

Поступило в редакцию 27 февраля 1967 г.

Литература

[1] E.N.Leith, J.Upatnieks, K.A.Haines. JOSA, 55, 981, 1965.