НЕЛИНЕЙНЫЙ КВАНТОВЫЙ ПСЕВДОРЕЗОНАНС В МЕТАЛЛАХ

М.Я.Азбель, Л.Б.Дубовский

Обычно в металлах, помещенных в электромагнитное поле, нелинейные эффекты малы. Однако в квантующем постоянном магнитном поле H магнитный момент M и проводимость σ, как известно (см. [1]), осциллируют с частотой $cS/e\hbar H \gg 1$. В этих осциллирующих членах, как было отмечено в [2], уже в относительно слабом переменном поле проявится нелинейность. Для этого достаточно амплитуды H_1 внешнего переменного поля порядка периода квантовых осцилляций, т.е. $H_1 \gtrsim H(e\hbar H/cS)$ (S – площади сечения поверхности Ферми).

Для наблюдения квантовых осцилляций необходимо достаточно сильное магнитное поле ($\hbar\Omega > 2\pi^2 kT$, $\Omega\tau > 1$, последнее эквивалентно $r < l$. Здесь $\Omega = eH/m^*c$, τ и l – время и длина свободного пробега электронов, r – их ларморовский радиус).

Нелинейность имеет место на всех частотах. Наибольшей величины эффект будет достигать при $\omega\tau \ll 1$ (ω – частота переменного поля), когда система успевает "подстраиваться" к имеющемуся в данный момент переменному полю, успевает "следить" за частотой.

Для простоты расчета предположим, что выполнены условия нормального скин-эффекта: $\delta \gg l$, а поэтому и $\delta \gg r$ (δ – толщина скин-слоя). В этом случае на расстояниях r, l поле можно считать однородным и все соотношения локальными. Поэтому в основном приближении можно пользоваться формулами, полученными для статики.

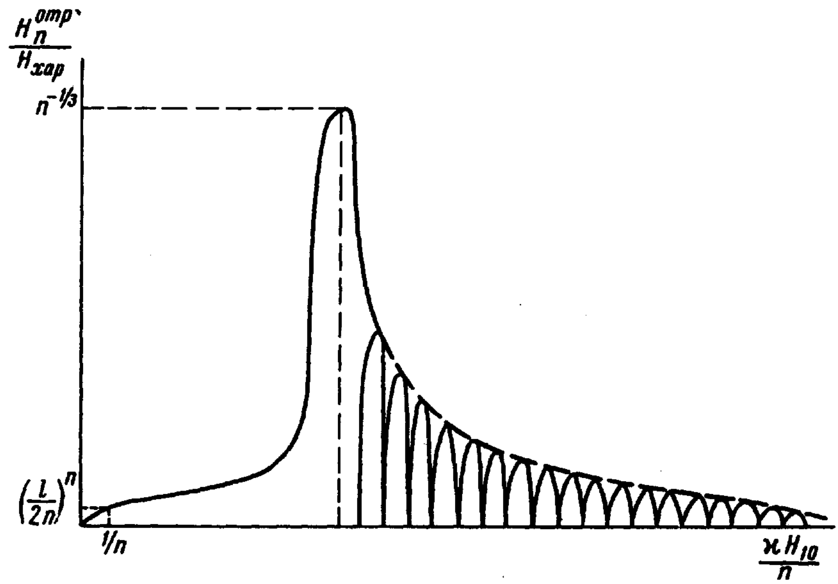
Будем считать магнитную восприимчивость* малой (т.е., согласно [2], что $(V_F/c)^2 (cS/e\hbar H)^{3/2} \ll 1$), так что магнитный момент в уравнениях Максвелла можно рассматривать как возмущение. Тогда в основном приближении переменное электромагнитное поле в металле имеет обычный вид ($E = E_0 e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta)$, $H_1 = H_{10} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta)$), а в следующем приближении в уравнения Максвелла войдет магнитный момент в заданном поле нулевого приближения, т.е. (поскольку, как было сказано выше, можно воспользоваться статистическими формулами) при $(cS/e\hbar H)(H_1/H)^2 \ll 1$ $M = M_0 \cos(\kappa H_1 + \beta)$, где $\beta = cS/e\hbar H$, $\kappa = cS/e\hbar H \sin\alpha$ (α – угол между направлением H и нормалью к поверхности металла).

Для того, чтобы нелинейные эффекты были существенны, необходимо, очевидно, $\kappa H_{10} \gg 1$. В этом случае величина M быстро осциллирует с глубиной на расстояниях $\delta/\kappa H_{10}$, малых по сравнению с глубиной скин-слоя δ. Поэтому, естественно, что напряженности полей на поверхности будут определяться только значением магнитного момента на поверхности: $M = M_0 \cos(\kappa H_{10} \cos\omega t + \beta)$.

В частности, коэффициент отражения n-ой гармоники связан с n-ым коэффициентом разложения функции $\cos(\kappa H_{10} \cos\omega t)$, т.е. с $c_n = 1/\pi \int_0^{2\pi} \exp[i(\kappa H_{10} \cos x - nx)]\,dx = \exp[-(\pi n/2)i] J_n(\kappa H_{10})$. Легко видеть, что при $\kappa H_{10} \gg 1$ возможны несколько случаев. Если $n > \kappa H_{10}$, то c_n экспоненциально убывает с изменением $n/\kappa H_{10}$; если $n < \kappa H_{10}$ $c_n \sim 1/\sqrt{n}$. Наконец, при $n = \kappa H_{10}$ имеет место своеобразный "псевдорезонанс": $c_n \sim n^{-1/3}$, относительная "полуширина" которого, порядка $n^{-2/3}$. Как ясно из сказанного, этот "псевдорезонанс" имеет существенно квантовый нелинейный характер.

Оценим амплитуду резонансной гармоники. Во-первых, она пропорциональна амплитуде магнитного момента, которая порядка (см. [1]) $M \sim H(V_F/c)^2 (cS/e\hbar H)^{1/2}$. Во-вторых, появляется множитель $\sqrt{\omega/\sigma}$ за счет того, что рассматриваемый эффект является нелинейным (из уравнений Максвелла получаем, что электрическая компонента поля в металле $E \sim \sqrt{\omega/\sigma}\, M$; на n-ой гармонике нет падающей волны, а есть только отраженная, и поэтому на границе электрическая и магнитная компоненты поля равны друг другу; отсюда появляется для магнитной компоненты поля множитель $\sqrt{\omega/\sigma}$). Важно отметить, что проводимость σ, входящая в уравнения, имеет иной порядок, чем проводимость σ_0 в отсутствие магнитного поля (см. [3]). Если сечения фермиевской поверхности являются замкнутыми кривыми, то, как показывает расчет, $\sigma \sim r/l\, \sigma_0$, если число электронов не равно числу дырок, и

$\sigma \sim (r/l)^2 \sigma_0$, если число электронов равно числу дырок, при H, не параллельной поверхности металла. Ширина резонансного пика $n^{-2/3}$. При $\kappa H_{10}/n < 1$ осцилляций нет, и кривая спадает экспоненциально.



При $\kappa H_{10}/n > 1$ имеют место быстрые осцилляции. Приведем результаты вычисления амплитуды n-ой отраженной волны $H_n^{отр}$ в разных областях (см. рис.)

$$H_n^{отр} = H_{хар} \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\,\dfrac{1}{n+\sqrt{n}}\left(\dfrac{\kappa H_{10}}{2}\right)^n & (\kappa H_{10} \ll 1) \\[2mm] \left(\dfrac{\kappa H_{10}}{2n}\,e\right)^n e^{-(\kappa H_{10})^2/2n} & (1 \ll \kappa H_{10} \ll n) \\[2mm] \sqrt{\dfrac{2}{\pi \kappa H_{10}}}\,(-\xi)^{-1/4}\, e^{-n(-\xi)^{3/2}/3} & (n^{-2/3} \ll -\xi \ll 1) \\[2mm] \dfrac{\Gamma(1/3)}{2\pi\sqrt{3}}\,\sqrt[3]{\dfrac{6}{n}} & (|\xi| \ll n^{-2/3}) \\[2mm] \sqrt{\dfrac{2}{\pi \kappa H_{10}}}\,\xi^{-1/4}\cos\left(\dfrac{1}{3} n \xi^{3/2} - \dfrac{\pi}{4}\right) & (n^{-2/3} \ll \xi \ll 1) \\[2mm] \dfrac{n}{(\kappa H_{10})^{3/2}}\,\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\cos\left(n\kappa H_{10} - \dfrac{n\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right) & (n \ll \kappa H_{10}) \end{cases}$$

$$\xi = 2\left(1 - \frac{\kappa H_{10}}{n}\right)$$

$$H_{\text{хар}} = H_1^{\text{отр}}\big|_{\kappa H_{10}=1} \sim \sqrt{\frac{\omega}{\sigma}}\left(\frac{v_F}{c}\right)^2 \left(\frac{cS}{e\hbar H}\right)^{1/2} H.$$

Вывод формул и обсуждение результатов явится предметом отдельного сообщения.

Институт теоретической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
21 марта 1967 г.

Литература

[1] И.М.Лифшиц, М.И.Каганов. УФН, 78, 411, 1962.
[2] М.Я.Азбель, Г.А.Бегиашвили. Письма ЖЭТФ, 3, 201, 1966.
[3] И.М.Лифшиц, М.И.Каганов. УФН, 87, 389, 1965.

---

* Речь идет о дифференциальной квантовой магнитной восприимчивости [2].