О КВАНТОВЫХ РАЗМЕРНЫХ ЭФФЕКТАХ В ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ТОНКИХ ПЛЕНОК

И.О.Кулик

В данной работе сообщается о расчете двух квантовых размерных эффектов в кинетических характеристиках тонких пленок: 1) осцилляций удельного сопротивления ρ с толщиной пленки L; 2) осциллирующей зависимости плотности тока j от напряженности электрического поля E (квантовые поправки к закону Ома). Отметим, что размерные эффекты в пленках Bi наблюдались в недавних работах [1,2]; теория этих эффектов рассматривалась в работах [3,4]. В работе Сандомирского [4] содержится часть результатов, относящихся к первому из названных выше эффектов (осцилляциям ρ с L). В отличие от этой работы, в которой расчет основан на использовании кинетического уравнения, мы пользуемся методами квантовой теории поля [5], что позволяет получить связь j с E при немалых значениях этих величин. Предполагается зеркальное отражение электронов от границ пленки, при этом сопротивление обусловлено рассеянием на точечных примесях с объемной длиной свободного пробега, значительно превышающей толщину пленки.

Гамильтониан системы имеет вид $H = H_0 + H_1$, где

$$H_0 = \sum_\alpha \epsilon_\alpha a_\alpha^+ a_\alpha, \quad H_1 = g \sum_{\alpha \neq \alpha'} a_{\alpha'}^+ a_\alpha . \tag{1}$$

Здесь $\alpha = (p_x, p_y, n)$ – совокупность квантовых чисел электрона в пленке, $\epsilon_\alpha = (p^2/2m) + (\pi^2 n^2 / 2mL^2)$ (в H_0 также считается неявно включенным взаимодействие между электронами). H_1 есть эффективный гамильтониан взаимодействия электронов с примесями [6]. При этом, согласно [6], константа взаимодействия g связана с временем свободного пробега $\tau = \tau_{tr}$ соотношением: $g = (\pi\nu / mp_0)^{1/2}$, $\nu = 1/\tau$.

В нулевом приближении ($H_1 = 0$) мы рассматриваем состояние с заданным током $j = Nev_T$ (сдвинутая ферми-поверхность), где v_T – транспортная скорость, N – концентрация электронов. При этом электрическое поле в системе отсутствует. При включении H_1 происходит диссипация импульса, поэтому для сохранения стационарного токового состояния необходимо создание электрического поля $\mathbf{E}$, определяемого как

$$Ne\mathbf{E} = -\left\langle \frac{d\mathbf{P}}{dt} \right\rangle = -i \langle [H_1, \mathbf{P}] \rangle, \quad \mathbf{P} = \sum_\alpha \mathbf{p} a_\alpha^+ a_\alpha \tag{2}$$

($\mathbf{E}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{p}$ лежат в плоскости пленки).

Коммутируя H_1 с $\mathbf{P}$ и вычисляя возникающие средние $< a_{a'}^{+} a_a >$ в первом неисчезающем приближении по H_1, придем к формуле:

$$NeE = 2\pi g^2 \sum_{aa'} (\mathbf{p} - \mathbf{p}')[f_0(\epsilon_a - \mathbf{p}\mathbf{v}_T) - f_0(\epsilon_{a'} - \mathbf{p}'\mathbf{v}_T)]\delta(\epsilon_a - \epsilon_{a'}), \quad (3)$$

где $f_0(\epsilon) = (e^{\epsilon - \mu/T} + 1)^{-1}$ – функция распределения Ферми.

Легко убедиться, что замена в полученном выражении суммирования по n, n' интегрированием приводит к обычному закону Ома $\mathbf{E} = \rho_0 \mathbf{j}$, где $\rho_0 = m\nu/Ne^2$. Величина ρ_0 при этом оказывается независящей от L, что означает отсутствие классического размерного эффекта (при квадратичном законе дисперсии и зеркальном рассеянии) [7]. Учет отличия сумм от интегралов приводит, как обычно, к квантовым поправкам, которые легко вычисляются с помощью формулы Пуассона [8]. Рассматривая область температур $T \gtrsim \delta E$, где $\delta E = \pi p_0/mL$ – расстояние между квантованными уровнями на поверхности Ферми и считая $\delta E << \mu$, можем ограничиться первой осциллирующей гармоникой ($s = 1$). В этом приближении сопротивление $\rho(j) = E/j$ принимает вид:

$$\rho = \rho_0 \{ 1 + \frac{2\pi T}{\mu} \exp[-\frac{\pi p_0 L T}{\mu}] \sin 2p_0 L \phi(\frac{2mLj}{Ne}) \}, \quad (4)$$

где p_0 – фермиевский импульс, а $\phi(t)$ – следующая функция:

$$\phi(t) = \frac{3}{t} \int_0^{\pi/2} J_1(t \sin\phi) \sin^2\phi \, d\phi = \frac{3}{t^3} (\sin t - t \cos t). \quad (5)$$

Учет конечного времени жизни возбуждений, обусловленного объемным и поверхностным рассеянием, приведет к появлению перед осциллирующим слагаемым в (4) дополнительного множителя [3]

$$p^2 \exp(-2mL/p_0\tau),$$

где p – феноменологический параметр зеркальности ($p \lesssim 1$).

При $t = 0$ $\phi = 1$, поэтому при малых токах получаем линейную связь E с j. Как видно из (4), в этом случае сопротивление осциллирует с изменением L, причем период осцилляций равен π/p_0, а их относительная амплитуда определяется множителем $\delta E/\mu \sim 1/p_0 L$ (при $T \sim \delta E$). При увеличении j связь E с j становится нелинейной: сопротивление начинает осциллировать с изменением j (или E)*. Токи, при которых становятся существенными подобные отклонения от закона Ома, определяются условием

$$Lj \gtrsim \frac{Ne\hbar}{m} \quad (6)$$

(при этом, как следует из (4), осцилляции могут иметь заметную амплитуду, если L одного порядка с де-бройлевской длиной волны p_0^{-1}). Считая $N \sim 10^{-6}$ *эл/атом*, $m \sim 10^{-2}\, m_0$ (ориентировочно для Bi), получим, что необходимые значения Lj составляют

$$Lj \sim 1 \div 10 \ a/см.$$

Физически условие (6) означает сравнивание энергии, приобретаемой электроном под действием дрейфа ($p_0 v_T$), с расстоянием между квантованными уровнями δE (в рассматриваемом нами квазиклассическом приближении эта величина существенно меньше фермиевской энергии μ).

Исследование осциллирующей зависимости сопротивления от тока позволит наблюдать квантовые размерные эффекты на одном образце без изменения его толщины L. Заметим также, что аналогичную возможност может представить изучение зависимости осцилляций, обязанных размерному эффекту, от давления.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступило в редакцию
26 марта 1967 г.

Литература

[1] В.Н.Луцкий, Д.Н.Корнеев, М.И.Елинсон. Письма ЖЭТФ, 4, 267, 1966.
[2] Ю.Ф.Огрин, В.Н.Луцкий, М.И.Елинсон. Письма ЖЭТФ, 3, 114, 1966.
[3] Г.А.Гогадзе, И.О.Кулик. ФТТ, 7, 432, 1965.
[4] В.Б.Сандомирский. ЖЭТФ, 52, 158, 1967.
[5] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, 1962.
[6] И.О.Кулик. К теории распространения ультразвука в металлах, ВИНИТИ, 1965.
[7] A.N.Friedman, S.H.Koenig. IBM Journ., 4, 158, 1960.
[8] И.М.Лифшиц, А.М.Косевич. ЖЭТФ, 29, 730, 1955.

---

* Заметим, что этот эффект аналогичен рассмотренным нами ранее [3] осцилляциям туннельного тока из пленок с напряжением V.