

О САМОФОКУСИРОВКЕ СВЕТА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ ЧЕРЕЗ МЕХАНИЗМ ЭЛЕКТРОСТРИКЦИИ

А.А. Чабан

Вопрос о самофокусировке света рассматривался в работах [1–3]. Структура светового пучка при самофокусировке за счет электрострикции была детально изучена в [3]. Однако ниже будет показано, что результаты последней работы неприменимы даже к изотропной твердой среде и относятся только к случаю жидкости. Дело в том, что в твердом теле неоднородную по объему деформацию и соответствующее изменение показателя преломления нельзя связывать только с локальным значением электрострикционной силы, как это сделано в [3]. Исследование показывает, что если самофокусировка в твердых телах через механизм электрострикции существует, то пучек в канале будет поляризован довольно сложным образом.

Для простоты рассмотрим стационарную самофокусировку неполяризованного светового потока в изотропной среде. Нам важно, что в такой задаче можно ограничиться случаем аксиальной симметрии для упругой деформации и считать не равной нулю лишь радиальную компоненту смещения u_r . Поскольку изменение диэлектрической проницаемости $\delta\epsilon_{ij}$, связано при наших предположениях лишь с относительной деформацией u_{ij} , то можно написать:

$$\delta\epsilon_{ij} = \alpha u_{ij} + \beta u_{kk} \delta_{ij}, \quad (1)$$

где α, β – постоянные. Уравнение теории упругости для u_r имеет вид [4]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) \right] = -A f_r; \quad A = \frac{(1+\delta)(1-2\delta)}{E(1-\delta)}. \quad (2)$$

Здесь E – модуль Юнга, δ – коэффициент Пуассона, f_r – радиальная компонента сил, создаваемых в среде световым потоком. Стрикционную силу легко определить следующим образом. При рассмотрении упругих свойств введем поправку к свободной энергии, обусловленную наличием светового потока и включающую как электрическое поле световой волны E_i , так и тензор деформации u_{ij} :

$$\delta F = a u_{ij} \overline{E_i E_j} + b u_{ii} \overline{E_j^2}, \quad (3)$$

где a и b – постоянные, а черта сверху здесь и дальше означает усреднение по времени. Тогда стрикционную силу, связанную со световой волной

$$(f_i = \frac{\partial^2 (\delta F)}{\partial u_{ik} \partial x_k}),$$

в нашем случае легко записать через усредненные квадраты радиальной и угловой компонент электрического поля $\overline{E_r^2}$ и $\overline{E_\phi^2}$:

$$f_r = \frac{\partial}{\partial r} [(a+b) \bar{E}_r^2 + b \bar{E}_\phi^2] + \frac{a}{r} (\bar{E}_r^2 - \bar{E}_\phi^2). \quad (4)$$

(Поскольку свойства лучей, поляризованных нормально к радиусу и вдоль радиуса окажутся различными, то мы не полагаем $\bar{E}_r^2 = \bar{E}_\phi^2$).

Если световой пучек конечной мощности образует канал, то \bar{E}_r^2 и \bar{E}_ϕ^2 должны спадать на больших расстояниях от оси симметрии быстрее, чем r^{-2} . Тогда решение уравнения (2) с учетом (4) имеет вид:

$$u_r = - \frac{A}{r} \int_0^r [(a+b) \bar{E}_r^2 + b \bar{E}_\phi^2] r' dr' + \frac{Aa}{r} \int_0^r r' dr' \int_r^\infty \frac{\bar{E}_r^2 - \bar{E}_\phi^2}{r''} dr''. \quad (5)$$

Отсюда легко получить ненулевые компоненты тензора относительной деформации

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \text{и} \quad u_{\phi\phi} = \frac{u_r}{r}.$$

Подставляя соответствующие значения в (1), получим выражения для $\delta\epsilon_{rr}$ и $\delta\epsilon_{\phi\phi}$ ($\delta\epsilon_{rz} = \delta\epsilon_{r\phi} = \delta\epsilon_{\phi z} = 0$), состоящие из членов, спадающих не быстрее, чем r^{-2} , и членов, спадающих по тому же закону, что и \bar{E}_r^2 , \bar{E}_ϕ^2 . При малых r эти члены, по-видимому, сравнимы. Однако при больших r существенны лишь члены первого типа и тогда получаем:

$$\begin{aligned} \delta\epsilon_{rr} \approx -\delta\epsilon_{\phi\phi} \approx & \frac{aA}{r^2} \int_0^r [(a+b) \bar{E}_r^2 + b \bar{E}_\phi^2] r' dr' - \\ & - \frac{aAa}{r^2} \int_0^r r' dr' \int_r^\infty \frac{\bar{E}_r^2 - \bar{E}_\phi^2}{r''} dr''. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) немедленно следует, что либо лучи, поляризованные по радиусу, либо лучи, поляризованные по нормали к радиусу, не будут удерживатьсья каналом. Значит, канал могут образовывать лишь лучи одного из этих типов.

Для определенности рассмотрим сначала случай, когда $\delta\epsilon_{\phi\phi} > 0$, т.е. канал образован лучами, поляризованными по нормали к радиусу. Поскольку $\delta\epsilon_{\phi\phi} \sim r^{-2}$ при больших r (см. (6)), то возникает вопрос, может ли для электромагнитной волны при таком $\delta\epsilon_{\phi\phi}$ существовать решение с \bar{E}_ϕ^2 , спадающим быстрее, чем r^{-2} . Полагая $E_\phi(r, z) = E_0(r) \cos(k_z z - \omega t)$ (существование такой волны в рамках теории [3] обсуждалась в работе [5]), по аналогии с [3] получим:

$$\frac{d^2 E_0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_0}{dr} - \frac{E_0}{r^2} - (k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0) E_0 + \frac{\omega^2}{c^2} \delta\epsilon_{\phi\phi} E_0 = 0. \quad (7)$$

Здесь ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость среды для слабой электромагнитной волны. При

$$k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 > 0$$

и столь больших r , что $\delta\epsilon_{\text{ф}} \sim r^{-2}$, получаем уравнение для модифицированной функции Бесселя с действительным или чисто мнимым значком. В этом случае имеется решение в виде функции Макдональда, которое при $r \rightarrow \infty$ спадает как

$$r^{-1/2} \exp \left[-(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0)^{1/2} r \right].$$

Таким образом, несмотря на медленный спад величины $\delta\epsilon_{\text{ф}}$ с r интенсивность светового пучка может спадать экспоненциально. (Рассмотрение самофокусировки пучка, поляризованного по радиусу, приводит к совершенно тождественному результату.) Отметим, что последнее соображение никоим образом не является строгим доказательством существования стационарной самофокусировки светового пучка через механизм электрострикции. Для этого необходимо одновременное решение системы уравнений электродинамики и теории упругости.

Существенно отметить, что уже в самом начале процесса прорезания канала будет наблюдаться весьма сложная поляризация внутри пучка. Действительно, в предшествующем рассмотрении единственной причиной поляризации света была меняющаяся по сечению анизотропия оптических свойств. Но поскольку

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \text{и} \quad u_{\phi\phi} = \frac{u_r}{r}$$

при неустановившемся значении u_r также, естественно, не равны друг другу (т.е. различны степени сжатия по радиусу и по нормали к нему), то оптические свойства лучей, поляризованных по радиусу и нормалью к радиусу, отличаются (см. (1)). Значит, уже в самом начале процесса прорезания канала будет наблюдаться переменная по сечению сложная поляризация светового пучка.

Итак, результаты работы [3] не могут описать даже стационарную самофокусировку света в твердых телах через механизм электрострикции. Существенно, что если стационарная самофокусировка в этом случае имеет место, то в канале будут удерживаться не все световые лучи, а только лучи, поляризованные определенным образом.

Акустический институт
Москва

Поступило в редакцию
14 апреля 1967 г.

Литература

- [1] Г.А. Аскарьян. ЖЭТФ, 42, 1567, 1962.
- [2] В.И. Таланов. Изв. ВУЗов. Радиофизика, 7, 564, 1964.

- [3] R.I. Chiao, E. Garmire, C.H. Townes. Phys. Rev. Lett., 13, 479, 1964.
- [4] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости, М., 1965.
- [5] Д.И. Абакаров, А.А. Акопян, С.И. Некар. ЖЭТФ, 52, 463, 1967.