# О КРАТНЫХ ПОЛЮСАХ И РАСЩЕПЛЕНИИ РЕЗОНАНСОВ

*М.В. Терентьев*

Обнаружение в последние годы большого и непрерывно растущего числа адронных резонансов делает, по-видимому, заслуживающей внимания попытку теоретически проанализировать некоторые особенности, которые возникнут в том случае, если два резонансных состояния (проявляющиеся в одной и той же реакции) имеют близкие массы. Задачу можно сформулировать на следующем примере: представим, что мы начали уменьшать разность масс мезонов $\omega$ и $\phi$ (известных бозонных резонансов с одинаковыми квантовыми числами). Возможно ли теоретически, чтобы разность масс $m_\omega - m_\phi$ стала меньше ширины каждого из резонансов, и если возможно, что при этом произойдет?

Для выяснения этих вопросов мы используем феноменологический подход, являющийся в достаточной мере общим. Пусть две скалярные* нестабильные частицы $a$ и $b$ с близкими массами (аналог "голых" $\omega$ и $\phi$ мезонов) рождаются в некоторой реакции с амплитудами соответственно $M_a$ и $M_b$, а затем распадаются в какое-либо состояние $j$ с амплитудами $r_a^j$ и $r_b^j$ (см. рис. 1).

Графики на рис. 1 учитывают только резонансный вклад в амплитуду реакции. Блок $a\!-\!\square\!-\!a$ на рис. 1, *а* – это функция Грина $D_a(p^2)$ частицы $a$, причем $D_a^{-1} = p^2 - m_a^2 - \widetilde{\Pi}_{aa}(p^2)$, где $p^2$ – квадрат инвариантной массы системы $j$. Обычно предполагается, что мнимую часть

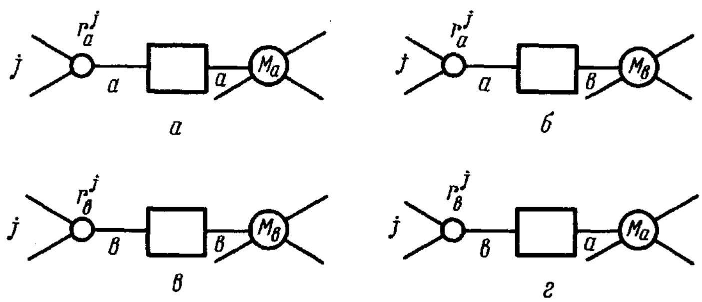


Рис.1

и производную от вещественной части $D^{-1}(p^2)$ можно рассматривать как постоянные в пределах ширины резонанса (это отвечает брейт – вигнеровскому поведению резонансной амплитуды). В нашем случае необходимо выделить из $\widetilde{\Pi}_{aa}(p^2)$ быстро меняющийся именно вблизи резонанса полюсный вклад от $b$-частицы. Полюсные вклады необходимо также выделить из аналогичных блоков на рис. 1, *б*, *в*, *г*. Это удобно сделать,

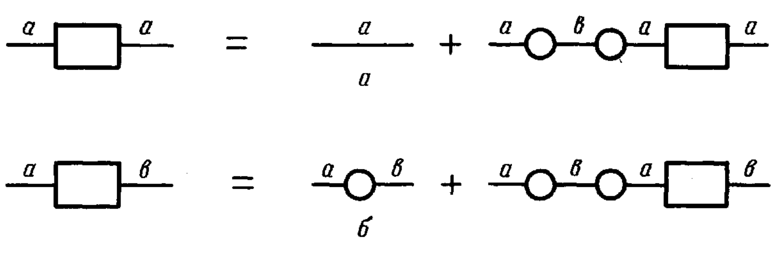


Рис.2

воспользовавшись уравнениями, изображенными графически на рис. 2. Для блоков $b\!-\!\square\!-\!b$ и $b\!-\!\square\!-\!a$ аналогичные уравнения получаются заменой $a \rightleftarrows b$ на рис. 2. На этих рисунках линии частицы отвечает "пропагатор" $d_k(p^2) = [p^2 - m_k^2 - \Pi_{kk}(p^2)]^{-1}$, блоку $i\!-\!\bigcirc\!-\!k$ соответствует выражение $d_i\, \Pi_{ik}\, d_k$, $(i, k = a, b)$. Здесь неприводимый поляризационный оператор $\Pi_{ik}(p^2)$ уже не содержит полюсных членов и может считаться постоянным вблизи резонанса. Медленно меняющиеся в пределах ширины резонанса функции $M_k$ и $r_k^j$ $(k = a, b)$ на рис. 1

также можно считать не зависящими от $p^2$. Используя решение алгебраических уравнений на рис. 2, получаем для амплитуд на рис. 1 выражения:

$$A = r_a^j\ \Delta^{-1}\,[\,(p^2 - m^2 - \Pi_b)\,M_a + \Pi_{ab}\,M_b\,]\,, \tag{1}$$

$$B = r_b^j\ \Delta^{-1}\,[\,\Pi_{ba}\,M_a + (p^2 - m^2 - \Pi_a)M_b\,] \tag{2}$$

($A$ – сумма вкладов диаграмм на рис. 1, *а*, *б*, $B$ – сумма соответствующих вкладов на рис.1, *в*,*г*), где $\Delta = (p^2 - m^2 - \Pi_a)(p^2 - m^2 - \Pi_b) - \Pi_{ab}\,\Pi_{ba}$
В этих формулах $m^2 + \Pi_k = m_k^2 + \Pi_{kk}$ при $k = a, b$. Полная резонансная амплитуда реакции равна сумме вкладов всех диаграмм рис.1. Она может быть представлена в виде:

$$M = A + B = (r_a^j M_a + r_b^j M_b)\ \frac{\epsilon - a + i\beta}{(\epsilon - \epsilon_0 + id_1)\,(\epsilon + \epsilon_0 + id_2)}\,, \tag{3}$$

где введены следующие обозначения:

$$\epsilon = p^2 - m^2 - Re\,\frac{1}{2}\,(\lambda_+ + \lambda_-),$$

$$\epsilon_0 = Re\,\frac{1}{2}\,(\lambda_+ - \lambda_-),$$

$$d_1 = -Jm\lambda_+ > 0, \qquad d_2 = -Jm\,\lambda_- > 0,$$

$$-a + i\beta = \frac{i}{2}\,(d_1 + d_2) + \frac{1}{2}(\Pi_a - \Pi_b)\,\frac{r_a^j M_a - r_b^j M_b}{r_a^j M_a + r_b^j M_b} +$$

$$+ \Pi_{ab}\,\frac{r_a^j M_b}{r_a^j M_a + r_b^j M_b} + \Pi_{ba}\,\frac{r_b^j M_a}{r_a^j M_a + r_b^j M_b}\,,$$

где, в свою очередь,

$$\lambda_\pm = \frac{1}{2}(\Pi_a + \Pi_b) \pm \frac{1}{2}\,[(\Pi_a - \Pi_b)^2 + 4\Pi_{ab}\,\Pi_{ba}\,]^{1/2}\,.$$

В формуле (3) весьма существенна зависимость от $\epsilon$ в числителе.

Выражение (3) содержит два комплексных полюса по переменной $\epsilon$, и его естественно разложить на два слагаемых, содержащих простые полюса, отвечающие "диагональным" состояниям с определенным временем жизни и массой, которые проявляются обычно как Брейт – Вигнеровские резонансы в соответствующей реакции. Если же полюса близки, то-есть $\epsilon_0 \ll d_1 \sim d_2$ и $d_1 - d_2 \ll d_1$, то подобная диагонализация состояний полностью теряет смысл, так как вычеты в полюсах велики (и стремятся к бесконечности при дальнейшем сближении полюсов). В этом случае необходимо анализировать выражение для амплитуды реакции в том виде, как она представлена в формуле (3). Теоретически воз-

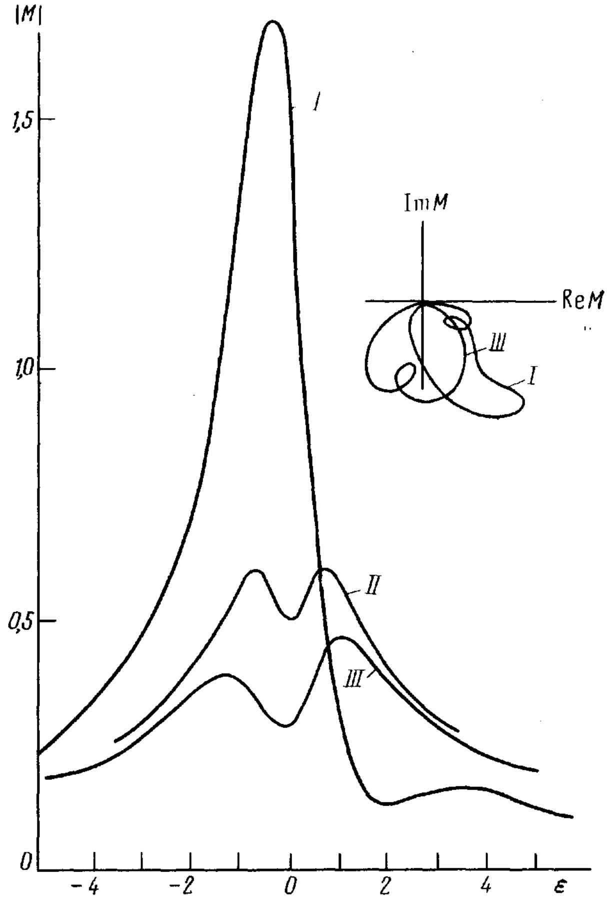


Рис.3. Зависимость от "энергии" $\epsilon$ абсолютной величины амплитуды $M$ (см. формулу (3)) при различных значениях параметров; кривая $\underline{I}$ : $\epsilon_0 = 0$, $d_1 = d_2 = 1$, $\beta = 0,5$, $\alpha = 1,5$; кривая $\underline{II}$ : $\epsilon_0 = 0$, $d_1 = d_2 = 1$, $\beta = 0,5$, $\alpha = 0$; кривая $\underline{III}$ : $\epsilon_0 = 0,5$, $d_1 = 1$, $d_2 = 1,5$, $\beta = 0,5$, $\alpha = 0$. Для набора параметров $\underline{I}$ и $\underline{III}$ показан также качественный вид траектории, описываемых комплексным вектором $M$ при изменении $\epsilon$ в интервале $(-\infty, \infty)$

можность двух близких и даже кратных полюсов не исключена [1] и может быть продемонстрирована, например, в модели Ли (см. [2]).

Очевидно, что указанная близость полюсов невозможна, если какойлибо из основных каналов распада $j$ запрещен правилами отбора для одного из диагональных состояний, то-есть вычет в соответствующем полюсе в (3) строго обращается в нуль (такая ситуация осуществляется для $K$ мезонов, где запрещен в силу свойств симметрии матрицы $\Pi_{ik}$ и равенства амплитуд $r_{\bar{K}}^{2\pi} = r_{K}^{2\pi}$ распад $K_2 \to 2\pi$). Различие в парциальных ширинах, связанное с этим каналом, приведет в этом случае к различию полных ширин, что будет препятствовать совпадению полюсов.

Анализируя выражение (3), легко убедиться, что в случае двух близких (в предельном случае даже совпадающих) полюсов сечение реакции, пропорциональное $|M|^2$, имеет, как правило, два максимума с шириной $\sim d$. Форма резонансных пиков и расстояние между ними сильно зависит через параметры $\alpha$ и $\beta$ от условий рождения резонансов (от амплитуд $M_a$ и $M_b$, являющихся сложными функциями большого числа переменных). Положение максимумов в сечении в этих условиях в пределах ширины никак не связано с "истинной" массой каждого из резонансов, определяемой как вещественная часть соответствующего полюса. Расщепление резонансного пика наблюдается и зависит от условий рождения даже если "истинные" массы двух резонансных состояний строго совпадают. На рис. 3 можно видеть поведение аргумента и модуля амплитуды $M$ при некоторых значениях параметров в формуле (3).

Автор искренне благодарен В.Б. Берестецкому, Б.Л. Иоффе и Ю.К.Кобзареву за полезные обсуждения.

Поступило в редакцию
18 апреля 1967 г.

## Литература

[1] M. Goldberger, K. Watson. Phys. Rev. 136B, 1472, 1964.
[2] J. Bell, C. Goebel. Phys. Rev. 138B, 1198, 1965.

---

* Учет спина усложняет задачу, но не меняет результатов по существу.