О СТРУКТУРЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ЛАГРАНЖИАНА

Н.М. Полиевктов-Николадзе

В настоящее время можно утверждать, что движение Меркурия противоречит уравнениям Эйнштейна. Результат есть следствие квадрупольной добавки

$$\delta\phi = \frac{1}{2} Gmq\ (3\cos^2\theta - 1)\, r^{-3}$$

к внешнему гравитационному полю Солнца, где m и q – его масса и квадрупольный момент ($[q] = см^2$, $q > 0$), θ – угол между плоскостью орбиты и осью вращения Солнца, G – ньютоновская постоянная. Учет $\delta\phi$ приводит к следующей величине угла релятивистского смещения перигелия (за один оборот): $\delta a = \delta a_0 - \delta a_q$, где $\delta a_q = 6\pi q/p^2$, δa_0 – разность между наблюдаемым углом смещения и его теоретическим нерелятивистским значением, вычисленная без учета $\delta\phi$. Для Меркурия $p = 5{,}4\cdot 10^7$ *км*, $\delta a_0 = (42{,}9 \pm 0{,}2)''$ в столетие [1]; согласно уравнениям Эйнштейна $\delta a = \delta a_э = 6\pi r_0/p = 43{,}03''$ в столетие ($r_0 = Gm/c^2 = 1{,}5$ *км*). Поэтому для Меркурия $\delta a = \delta a_э(1-\delta)$, где $\delta = 6\cdot 10^3\gamma + (3\pm5)\cdot 10^3$, $\gamma = q/a^2$, a – радиус Солнца. В настоящее время точное значение γ неизвестно, и его невозможно получить из наблюдаемого коэффициента сплюснутости $\gamma_1 = \delta a/a$ без специальных модельных теорий. В качестве разумного приближения можно взять значение $\gamma \approx 2/3\gamma_1 - 1/3\omega^2 a^3 (Gm)^{-1}$, которое получается в пренебрежении широтной зависимостью угловой скорости ω слоев Солнца. Для среднего периода 25,4 суток [2] и для эмпирического значения $\gamma_1 \sim 5\cdot 10^{-5}$ (Дикке, Голденберг, Хилл, [3]) имеем: $\gamma \sim 2{,}5\cdot 10^{-5}$ и $\delta \sim +10\%$ независимо от знака величины 3 ± 5. Расхождение такого порядка, по-видимому, не компенсируется нерелятивистскими причинами [3] и если это так, то следует считать, что уравнения Эйнштейна противоречат действительности.

Объяснение δ-эффекта не требует отказа от физических принципов общей теории относительности. Отсутствие масс-анизотропии и точное выполнение принципа эквивалентности (с возможной погрешностью $< 10^{-11}$ [4]) позволяет утверждать, что материя непосредственно искривляет 4 – пространство, без генерации дополнительных неметрических полей (типа скалярного поля Дик-

ке [5]). Поэтому мы считаем, что δ-эффект означает лишь то, что при неизменных основных принципах общей теории относительности Эйнштейна должен быть изменен только конкретный вид лагранжиана Λ гравитационного поля ([6], [7]). Следовательно, [7] $\Lambda = (R + X)/2x_1$, где $x_1 > 0$, R – скалярная кривизна 4 – пространства, X – инвариант, зависящий только от метрического тензора и от его производных, причем при $R^{ik}_{\ell m} \to 0$ X исчезает быстрее, чем R ($R^{ik}_{\ell m}$ – тензор Римана, антисимметричный по верхним и нижним индексам). Установим некоторые свойства X, вытекающие из эмпирических данных о слабом поле.

Наиболее общее выражение для X имеет следующий вид:

$$X = X[\ell^2 R,\ \ell_1^2 P^i_k,\ \ell_2^2 S^{ik}_{\ell m}], \tag{1}$$

где ℓ, ℓ_1 и ℓ_2 – универсальные константы размерности длины,

$$P^i_k = R^i_k - \frac{1}{4} R\,\delta^i_k, \quad R^i_k = R^{im}_{km}, \quad S^{im}_{km} = 0, \quad S^{ik}_{\ell m} = R^{ik}_{\ell m} - \delta^i_\ell Q^k_m -$$

$$- \delta^k_m Q^i_\ell + \delta^k_\ell Q^i_m + \delta^i_m Q^k_\ell, \quad 2Q^i_k = R^i_k - \frac{1}{6} R\,\delta^i_k .$$

Величины R, P^i_k и $S^{ik}_{\ell m}$ являются алгебраически-независимыми частями $R^{ik}_{\ell m}$ и поэтому служат независимыми аргументами X. В формуле (1) символ квадратных скобок означает зависимость не только от указанных аргументов, но и, вообще говоря, от их ковариантных производных; зависимость нелинейна, степени > 1. При любом выборе X (кроме Эйнштейновского $X = 0$, противоречащего δ-эффекту), уравнения тяготения содержат ковариантные производные от R, P^i_k и $S^{ik}_{\ell m}$ не ниже второго порядка и, следовательно, связь между кривизной и материей является нелокальной (в отличие от локальных уравнений Эйнштейна

$$R^i_k - \frac{1}{2} R\,\delta^i_k = \kappa T^i_k \ ;$$

T^i_k – тензор материи, $\kappa = 8\pi G/c^4$); радиусы нелокальности определяются константами ℓ, ℓ_1 и ℓ_2.

Известно [8], что нерелятивистское соотношение $-G_{oo} = 1 + 2\phi/c^2$, где ϕ – гравитационный потенциал, непосредственно следует из принципа эквивалентности, независимо от конкретного вида уравнений тяготения. Поэтому уравнения тяготения в нерелятивистском пределе должны приводить к

$$R^o_o \equiv \frac{1}{2} \Delta G_{\rho o} = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2$$

(ρ – плотность массы), по крайней мере для таких объектов, в которых практически имеет место уравнение Пуассона $\Delta\phi = 4\pi G\rho$. Последнее заведомо справедливо для тел с обычной плотностью и с размерами вплоть до $b \sim 10^2$ *см* (наименьший порядок размеров тел, доступных гравитационной разведке, при точности гравиметров 10^{-7} [2]). Итак, в

слабых полях зависимости между R^0_0 и тензором материи должна быть локальной. Можно показать, что при простейших предположениях относительно X для этого необходима малость констант: $\ell_1 \lesssim b$, $\ell_2 \lesssim b$. Существенно, что нерелятивистская локальность R^0_0 имеет место [7] не только при малых значениях константы ℓ, но и при ℓ, много больших размеров нерелятивистских тел, причем в последнем случае $\kappa_1 = 3/4\kappa$. Если все три константы ℓ, ℓ_1 и ℓ_2 были бы одинаково малы, то тогда кривизна экспоненциально затухала бы во внешнем пространстве и получилось бы $\delta \sim e^{-r/b}$ (r – радиус орбиты Меркурия), что противоречит оценке $\delta \sim 10\%$. Следовательно, $\ell \gg \ell_{1,2} \lesssim b$ и при $\delta \sim e^{-r/l}$ получается $\ell \sim 10^6$ *км*, что однозначно приводит к $\kappa_1 = 3/4\kappa$.

Мы видим, что данные о слабом поле (δ-эффект и нерелятивистская локальность R^0_0) определяют константу связи $\kappa_1 = 3/4\kappa$ и показывают, что зависимость X от P^i_k и $S^{jk}_{\ell m}$ существенно менее значительна, чем его зависимость от скалярной кривизны. Поэтому, можно считать, что либо $X = X[R]$, либо $X[R]$ есть хорошее приближение к точной структуре. Конкретный вид $X[R]$ следует установить эмпирически. Заметим, что псевдоэйнштейновские [7] структуры $X[R]$ приводят к $\delta = 0$ и поэтому исключаются из числа возможных.

Подробное изложение и более полный анализ будут опубликованы в ЖЭТФ.

Благодарю Я.Б. Зельдовича, С.Г. Матиняна и Е.Л. Фейнберга за советы и сведения.

Тбилисский
государственный университет

Поступило в редакцию
13 мая 1967 г.

Литература

[1] G. Clemence. Rev. Mod. Phys., 19, 361, 1947.
[2] Дж. Кэй, Т. Лэби. Таблицы физических и химических постоянных. Физматгиз, 1962.
[3] P. Stubbs. New Scientist, 33, 326, 1967.
[4] Р. Дикке. Сб. Гравитация и относительность. Изд-во "Мир", 1965, стр. 49.
[5] Р. Дикке. Сб. Гравитация и относительность. Изд-во "Мир", 1965, стр. 236.
[6] Н.М. Полиевктов-Николадзе. Письма ЖЭТФ, 2, 551, 1965.
[7] Н.М. Полиевктов-Николадзе. ЖЭТФ, 52, 1360, 1967.
[8] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория поля, изд. 4-е, физматгиз, 1962.