РЕАЛЬНАЯ ЧАСТЬ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ И ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ

Л.А.Халфин

1. В ряде недавних работ [1, 2] была экспериментально определена реальная часть $\mathrm{Re} f(E)$ амплитуды πN-рассеяния при максимально доступных (на сегодня) энергиях в интервале 6-28 *Гэв*. Оказалось, что $\mathrm{Re} f(E)$ в этом интервале аномально велика по сравнению с ее ожидаемыми значениями, следующими из различных теоретических моделей и оценок [2,3]. В связи с этим в [4] были предложены правила сумм для $\mathrm{Re} f(E)$, с помощью которых можно проверить основные предположения современной теории.

Ниже, на основании [5-7], предлагаются новые дисперсионные правила сумм, включающие в себя информацию как о $\mathrm{Re} f(E)$ так и о $\mathrm{Im} f(E)$. Эти соотношения выгодно выделяются тем, что используют практически все известные в настоящее время экспериментальные данные относительно амплитуды рассеяния, и в то же время не содержат, в отличие от [4], сведений о $f(o)$, которая непосредственно экспериментально не определяется.

2. Пусть $f(E)$, обычно рассматриваемая при исследовании πN – рассеяния кроссинг-четная комбинация амплитуд $\pi^{\pm} N$-рассеяния на нулевой угол:

$$f(E) = \frac{1}{2}[f_+(E) + f_-(E)]. \qquad (1)$$

Условие кроссинг-симметрии для вещественных E дает

$$f^*(-E) = f(E). \qquad (2)$$

На основании известных результатов (Гринберг - Лоу) заведомо имеет место следующее асимптотическое при $E \to \infty$ неравенство

$$|f(E)| < A|E|^2; \quad A > 0. \qquad (3)$$

Методом, предложенным в [5–7] из условия аналитичности $f(E)$ и дополнительного, совершенно естественного с физической точки зрения, предположения об ограниченности амплитуды рассеяния $f(E)$ при конечных значениях $|E_k| < \infty$, можно вывести, учитывая (2) и (3), искомое дисперсионное правило сумм:

$$\int_{E_2}^{E_3}[(E^2-E_0^2)(E^2-E_1^2)(E^2-E_2^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Re}\,f(E)\,E\,dE =$$
$$= \int_0^{E_0}[(E_0^2-E^2)(E_1^2-E^2)(E_2^2-E^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Im}\,f(E)E\,dE +$$
$$+ \int_{E_0}^{E_1}[(E^2-E_0^2)(E_1^2-E^2)(E_2^2-E^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Re}\,f(E)E\,dE -$$
$$- \int_{E_1}^{E_2}[(E^2-E_0^2)(E^2-E_1^2)(E_2^2-E^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Im}\,f(E)\,E\,dE +$$
$$+ \int_{E_3}^{\infty}[(E^2-E_0^2)(E^2-E_1^2)(E^2-E_2^2)(E^2-E_3^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Im}\,f(E)\,E\,dE. \qquad (4)$$

В [4] $0 < E_0 < E_1 < E_2 < E_3 < \infty$ некоторые конечные значения энергии.

Выбирая $E_0 = m$, т.е. порогу физической области, $E_1 \sim 0{,}3-0{,}5$ *Гэв*, т. е. так, чтобы $[E_0, E_1]$ была бы областью малых энергий, в которой $\mathrm{Re}\,f(E)$ хорошо известна из фазового анализа, E_2 – началу ($E_2 \sim$ $\sim 6-26$ *Гэв*), а E_3 – концу ($E_3 \sim 7-28$ *Гэв*) области высоких энергий, в которой существенно исследовать поведение $\mathrm{Re}\,f(E)$, мы получаем из (4) искомые дисперсионные правила сумм. Поскольку $\mathrm{Im}\,f(E) \geqslant 0$, то из (4) заведомо следует неравенство

$$\int_{E_2}^{E_3}[(E^2-m^2)(E^2-E_1^2)(E^2-E_2^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Re}\,f(E)E\,dE \geqslant$$
$$\geqslant \left[\left(m^2-\frac{m^4}{4M^2}\right)\left(E_1^2-\frac{m^4}{4M^2}\right)\left(E_2^2-\frac{m^4}{4M^2}\right)\left(E_3^2-\frac{m^4}{4M^2}\right)\right]^{-1/2} 2m^2 f^2\left(1-\frac{m^2}{4M^2}\right) +$$
$$+ \int_m^{E_1}[(E^2-m^2)(E_1^2-E^2)(E_2^2-E^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}\,\mathrm{Re}\,f(E)\,E\,dE -$$
$$- \frac{1}{2}\int_{E_1}^{E_2}[(E^2-E_1^2)(E_2^2-E^2)(E_3^2-E^2)]^{-1/2}[\sigma_n^+(E)+\sigma_n^-(E)]\,E\,dE +$$
$$+ \frac{1}{2}\int_{E_3}^{E_{max}}[(E^2-E_1^2)(E^2-E_2^2)(E^2-E_3^2)]^{-1/2}[\sigma_n^+(E)+\sigma_n^-(E)]\,E\,dE. \qquad (5)$$

В (5) $f^2/4\pi = 0{,}08$ – константа взаимодействия, m, M – массы π – мезона и протона, $\sigma_n^{\pm}(E)$ – полные сечения $\pi^{\pm}p$-рассеяния, а E_{max} – максимальная энергия, при которой в настоящее время известно $\sigma_n^{\pm}(E)$.

Из (5) без всяких вычислений следует, что $\mathrm{Re}\, f(E)$ не может быть слишком большой отрицательной величиной ($\mathrm{Re}\, f(E) \sim -c\, E$ при $E = (7 \div 12)\,Гэв$; $c \simeq 1/40\pi(\sigma_n^{+} + \sigma_n^{-})$), так как в этом случае неравенство (5) было бы явно нарушено. Этот вывод аналогичен полученному в [4].

Если в [4] (5) E_2 выбрать равным $E_2 \simeq 30$ $Гэв$, а $E_3 \sim 30-70$ $Гэв$, то на основании (5):

$$\int_{E_2}^{E_3} [(E^2 - m^2)(E^2 - E_1^2)(E^2 - E_2^2)(E_3^2 - E^2)]^{-1/2}\, \mathrm{Re}\, f(E)\, E\, dE >$$

$$> [(m^2 - \frac{m^4}{4M^2})(E_1^2 - \frac{m^4}{4M^2})(E_2^2 - \frac{m^4}{4M^2})(E_3^2 - \frac{m^4}{4M^2})]^{-1/2}\, 2m^2 f^2 (1 - \frac{m^2}{4M^2}) +$$

$$+ \int_{m}^{E_1} [(E^2 - m^2)(E_1^2 - E^2)(E_2^2 - E^2)(E_3^2 - E^2)]^{-1/2}\, \mathrm{Re}\, f(E)\, E\, dE -$$

$$- \frac{1}{2} \int_{E_1}^{E_2} [(E^2 - E_1^2)(E_2^2 - E^2)(E_3^2 - E^2)]^{-1/2} [\sigma_n^{+}(E) + \sigma_n^{-}(E)]\, E\, dE. \quad (6)$$

Что позволяет оценить $\mathrm{Re}\, f(E)$ в энергетическом интервале 30 – 70 $Гэв$. Выбирая же в (5) $E_3 \sim 30$ $Гэв$, а $E_{max} \sim 30-70$ $Гэв$, можно оценить и $\mathrm{Im}\, f(E)$ в этом же интервале. Подробное количественное исследование полученных дисперсионных правил сумм будет опубликовано отдельно.

Ленинградское отделение
Математического института
им. В.А.Стеклова
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
18 июня 1967 г.

Литература

[1] K.I.Foley et al. Phys. Rev. Lett., 14, 75, 1965.
[2] L.Van Hove. Report on the XIII-th Conference on High Energy Physics, 1966.
[3] В.С.Барашенков. Препринт ОИЯИ, Р-2397, 1965.
[4] N.N.Khuri, T.Kinorhita. Phys. Rev. Lett., 14, 84, 1965.
[5] Л.А.Халфин. ДАН СССР, 130, 299, 1960.
[6] Л.А.Халфин. Доклад на Междунар. конф. по электромагнитным взаимодействиям. Дубна, 1967.
[7] Л.А.Халфин. ЯФ, 6, вып. 3, 1967 (в печати).