КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА С ДВУМЯ ФЕРМИОНАМИ II

А.С.Компанеец, Л.А.Кружкова

В предыдущей работе [1] было показано, что в квантовой электродинамике с двумя фермионами, электроном и мюоном, расходящиеся диаграммы, содержащие замкнутые петли, могут взаимно погашаться, и тогда удается построить теорию, свободную от бесконечных перенормировок. Предложенное видоизменение теории встретило острую критику, так как перемена знака при петле изменяет знак и ее мнимой части, что несовместимо с общими физическими требованиями унитарности. В [1] была сделана попытка обойти это возражение, пользуясь тем, что мнимая часть мюонной петли при всех значениях импульса фотона меньше, чем у электронной петли. Но и это не снимает возражений, так как противоречит условиям аналитичности в применении к отдельным вершинам петли. Кроме того, если замкнутая мюонная линия имеет четыре вершины, то она связана с вероятностью радиационного торможения мюона и поэтому положительно знакоопределена.

Здесь мы попытаемся так видоизменить процедуру, предложенную в [1], чтобы сохранить основной результат, но нигде не вступать в противоречие с общими требованиями теории поля. Будем считать, что время входит в мюонное поле со знаком, обратным тому, который оно имеет в электронном поле. Именно, если оператор электронного поля есть (см. [2])

$$\psi_e = \Sigma\left(a_e(p)\,u(p)\,e^{-i\omega_e t + ipr} + b_e^+(p)\,v(-p)\,e^{i\omega_e t - ipr}\right), \qquad (1)$$

то соответственный мюонный оператор

$$\psi_\mu = \Sigma\left(a_\mu(p)\,u'(p)\,e^{i\omega_\mu t + ipr} + b_\mu^+(p)\,v'(-p)\,e^{-i\omega_\mu t - ipr}\right). \qquad (1')$$

Операторы рождения и уничтожения мюонов удовлетворяют тем же антикоммутационным соотношениям, как электронные, $\omega_{e,\mu}$ означает положительный квадратный корень $\omega_{e,\mu} = \sqrt{m^2_{e,\mu} + p^2}$. Спинорные амплитуды $u'(p)$ и $v'(-p)$ по сравнению с амплитудами $u(p)$, $v(-p)$ подвергнуты дополнительному преобразованию Рака $R = \gamma_4\gamma_5$. Благодаря этому в уравнения Дирака для электронов и мюонов производная по времени входит с одинаковым знаком, что необходимо для инвариантности обоих уравнений по отношению к калибровке потенциалов электромагнитного поля.

Свертка $<\psi(x)\,\bar\psi(x')>_0$ для электронов и мюонов будет соответственно иметь различный вид:

$$<\psi_e(x)\,\bar\psi_e(x')>_0 = -(\hat\nabla - m_e)\int \frac{dp}{2\omega_e}\,e^{-i\omega_e(t-t') + i(p-p')r}, \qquad (2)$$

$$<\psi_\mu(x)\bar{\psi}_\mu(x')>_0 = -(\hat{\nabla} - m_\mu)\int \frac{dp}{2\omega_\mu} e^{+i\omega_\mu(t-t')+i(p-p')r}. \qquad (2')$$

Функцию $(2\omega_{e\mu})e^{-1 \pm i\omega_{e\mu}(t-t')}$ надо представить в виде контурного интеграла по p_0. Тогда

$$e^{-i\omega_e(t-t')}(2\omega_e)^{-1} = (2\pi i)^{-1}\int e^{-ip_0(t-t')}(p^2-p_0^2+m_e^2-i\epsilon)dp_0, \qquad (3)$$

$$e^{+i\omega_\mu(t-t')}(2\omega_\mu)^{-1} = (2\pi i)^{-1}\int e^{-ip_0(t-t')}(p^2-p_0^2+m_\mu^2+i\epsilon)dp_0, \qquad (3')$$

причем к массе мюона надо сделать мнимую положительную добавку, чтобы получить слева должный знак в показателе. Мы взяли вычет на отрицательной полуоси p_0. Тем самым энергия свободного мюона считается отрицательной. Но это не ведет к абсурдным результатам, так как знак энергии в дельта-функциях при матричных элементах у мюонов обратный по отношению к фотонам и электронам. В результате закон сохранения энергии ни в чем не изменяется за счет мюонных переходов.

Вместе с тем, эффективное сечение рассеяния поляризованных мюонов на поляризованной мишени чувствительно к преобразованию R. Именно, матричный элемент рассеяния содержит оператор $(1+\gamma_5\hat{S})$, где S определяется через единичный вектор поляризации в собственной системе отсчета ξ по формулам $S = \xi + p(\xi p)m^{-1}(E+m)^{-1}$, $S_0 = (\xi p)\,m^{-1}$. Но преобразование $R^{-1}(1+\gamma_5\hat{S})R$ меняет знак пространственной части $\gamma_5\hat{S}$. Следовательно, если волновая функция другого партнера столкновения не подвергнута преобразованию R, эффективное сечение будет по-иному зависеть от компонент диады $\xi_{1i}\xi_{2k}$, чем у однотипной частицы.

Результаты теории бета-распада мюона весьма чувствительны к виду спинорных амплитуд. Легко видеть, что если мюонное нейтрино однотипно с мюоном в наших предположениях, то есть зависит от времени с обратным знаком и подвергнуто преобразованию R, то все формулы обычной теории сохраняют силу (см. [3]). Так получается некоторое указание на возможность объяснения различной природы электронного и мюонного нейтрино)*.

Время, входящее в уравнение для матрицы рассеяния, можно условно принять совпадающим с электронным временем. Тогда фейнмановская диаграмма мюонной петли отличается от диаграммы электронной петли знаком бесконечно малой мнимой добавки к массе:

$$I_{e,\mu} = i\int_0^1 dx\int dp\int_{-\infty}^{\infty} dp_0\,[p^2-p_0^2+m_{e,\mu} \mp i\xi - k^2x(1-x)]^{-2}. \qquad (4)$$

Легко видеть, что мнимая часть выражения $I_{e,\mu}$ всегда конечна и не зависит от знака ϵ, тогда как действительная часть, которая логарифмически расходится, определяется знаком ϵ. Расходимости электронной и мюонной петли сокращаются, что и требовалось.

Существует возможность экспериментальной проверки знака мюонной поляризации вакуума. Лэмбовский сдвиг тяжелого мю–мезоатома, если измерить его достаточно аккуратно, чувствителен к мюонной поляризации вакуума (в легком атоме слишком преобладает электронная часть поляризации). Но так как в тяжелом мю–мезоатоме мюон в значительной мере движется внутри ядра, необходимо предварительно прозондировать распределение потенциала в ядре с помощью быстрых электронов. У идеально сферического ядра (Pb^{208}) нестатическая флуктуационная часть электромагнитного поля внутри ядра должна быть невелика по сравнению со статической, и не исказит Лэмбовский сдвиг сама по себе.

Весьма возможно, однако, что если удастся выявить вклад в поляризацию вакуума частиц, отличных от электронов, то заметную роль сыграют и ядерно активные частицы, особенно пи-мезоны. Тогда чистая электродинамика с двумя фермионами, электроном и мюоном, даже свободная от расходимостей, не будет соответствовать опыту. Тогда трудно ожидать, что из нее получится правильное отношение масс фермионов. В работе [1] оно и оказалось около 10.

В заключение приносим глубокую благодарность И.С.Шапиро, К.А.Тер-Мартиросяну, М.И.Рязанову, В.М.Галицкому и М.П.Рекало за критическое обсуждение всего круга вопросов, связанных как с работой [1], так и с настоящей заметкой.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
29 апреля 1967 г.
После переработки
27 июня 1967 г.

Литература

[1] А.С.Компанеец. ЖЭТФ, 49, 1781, 1965.
[2] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, М., 1959.
[3] Л.Б.Окунь. Слабое взаимодействие элементарных частиц. М., 1963.

---

* Ср. [3], стр. 72, формула третья сверху. Входящий в нее вектор S надо отнести к системе покоя, где $S = \xi$. Здесь перемена знака ничего не означает. Но тогда результат не зависит от системы отсчета. Отличие от обычной теории может проявиться только в члене вида $S_e S_\mu$, то есть в корреляции спинов. Но в основном порядке величин такого члена нет (стр.73).