

САМОФОКУСИРОВКА ИНТЕНСИВНЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

А.Л. Дышко, В.Н. Луговой, А.М. Прохоров

В последнее время появился ряд теоретических и экспериментальных работ по самофокусировке волновых пучков в нелинейных средах. Впервые само явление было предсказано в работе [1]. Последовавшие позже экспериментальные работы (см. например [2–6]) главным образом преследовали цель установить существование самофокусировки (т.е. сужения пучка по сравнению с первоначальным размером, либо наличие нитей с расходимостью, замедленной по сравнению с дифракционной). Одновременно были предприняты попытки теоретического описания распространения волновых пучков в нелинейных средах [7–11]. При этом наиболее интересной с физической точки зрения и в то же время наиболее трудной в математическом отношении оказалась задача о распространении волнового пучка в нелинейной среде при заданном первоначальном

(например, гауссовском) распределении интенсивности. Приведенные в литературе результаты ее численного решения (см., например, [9]) лишь подтверждают физически ясный вывод о начальном сужении пучка, не определяя дальнейшей картины явления. В то же время в работе [12] недавно было показано, что применявшиеся ранее аналитические методы

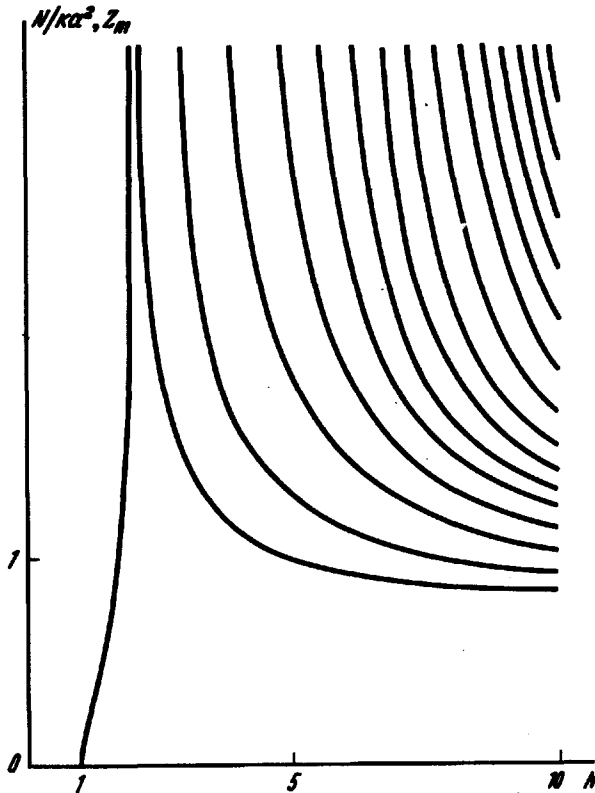


Рис.1

были некорректны. Правильные же аналитические результаты удалось получить [12] лишь вблизи границы среды и только в узком диапазоне значений начального поля. Тем самым вопрос о полной картине явления оказался открытым и для его теоретического выяснения стало необходимым прибегнуть к достаточно точному и полному численному решению.

В настоящем сообщении приведены результаты численного решения задачи о самофокусировке аксиально симметричного пучка. Полученная картина явления существенно отличается от рассмотренных ранее. Соответствующее решение получено в достаточно широкой области, охватывающей весь процесс самофокусировки. Расчеты были проведены при гауссовском первоначальном распределении интенсивности; первоначальный фазовый фронт предполагался плоским ($E(r, 0) = E_0 e^{-r^2/2a^2}$). Ис-

ходным уравнением было хорошо известное параболическое уравнение (см. например [11])

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} + n_2 k^2 |E|^2 E = 0, \quad (1)$$

предварительно приведенное к безразмерному виду

$$\frac{\partial^2 X}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial X}{\partial r_1} + 2iN \frac{\partial X}{\partial z_1} + N^2 |X|^2 X = 0, \quad (2)$$

где $r_1 = r/a$, $z_1 = z/l_z$, $l_z = a/\sqrt{n_2 E_0^2}$, $X = E/E_0$, $N = E_0/E_{кр}$, $E_{кр} = 1/(\sqrt{n_2} (ka)^2)$ — критическое поле в начальном сечении.

Метод решения уравнения (2) с граничными условиями:

$(\partial X / \partial r_1)|_{r_1=0} = 0$ и $|X|$ — ограничено при $|r_1| \rightarrow \infty$ и начальным условием $X(0, r_1) = e^{-(1/2)r_1^2}$ состоял в следующем. Уравнение (2) аппроксимировалось неявной разностной схемой:

$$-2iN \frac{X_k^{n+1} - X_k^n}{r} = \frac{1}{kh^2} \left[\left(k - \frac{1}{2}\right) X_{k-1}^{n+1} - 2k X_k^{n+1} + \left(k + \frac{1}{2}\right) X_{k+1}^{n+1} \right] + N^2 |X_k^n|^2 X_k^{n+1} \quad (3)$$

где $X_k^n = X(r_n, hk)$. Условие ограниченности решения при $r_1 \rightarrow \infty$ заменялось в некоторой далекой точке $r_1 = hK$ эквивалентным соотношением $\partial X / \partial r_1 = -\alpha(r_1) X$ (см. [13]), которое приводило к разностному соотношению вида

$$X_K^{n+1} = \alpha_K^{n+1} X_{K-1}^{n+1}. \quad (4)$$

Аналогично граничное условие при $r_1 = 0$ заменялось таким:

$$X_1^{n+1} = \alpha_1^{n+1} X_0^{n+1}. \quad (5)$$

Здесь α_K^{n+1} , α_1^{n+1} — известные при каждом фиксированном z_1 числа. Система линейных алгебраических уравнений (3) — (5) решалась методом разностной прогонки (см., например, [14]). Удалось доказать устойчивость разностной схемы и сходимость решения разностного уравнения к решению дифференциального (если последнее имеет достаточное число производных).

Значения параметра N (представляющего отношение начального поля к критическому) задавались в интервале от 0 до 10. Для каждого заданного значения N было получено решение $X(r_1, z_1)$. При этом выводились значения $|X|^2$ на оси (т.е. при $r_1 = 0$) и в нескольких точках

$r_1 = 0$. В результате было установлено, что при $N \leq 1$ квадрат напряженности поля на оси ($|X(0, z_1)|^2$) монотонно убывает при распространении пучка вглубь среды. При $N > 1$ на кривой $|X(0, z_1)|^2$ появляется один максимум, положение и высота которого совпадают (при $N-1 \ll 1$) с определенными в работе [12] значениями. При $N \rightarrow N_1 (N_1 = 2)$ этот максимум уходит неограниченно далеко от плоскости $z_1 = 0$. При переходе через значение N_1 на кривой $|X(0, z_1)|^2$ продолжает оставаться один интенсивный максимум, который теперь с увеличением N возвращается из бесконечности, приближаясь к границе $z_1 = 0$. При переходе через некоторое следующее значение $N_2 > N_1$ появляется второй интенсивный максимум осевого поля, который подобно предыдущему с увеличением N движется из бесконечности к границе $z_1 = 0$. Аналогично, имеются значения $N_3 < N_4 < N_5 \dots$ при переходе через которые каж-

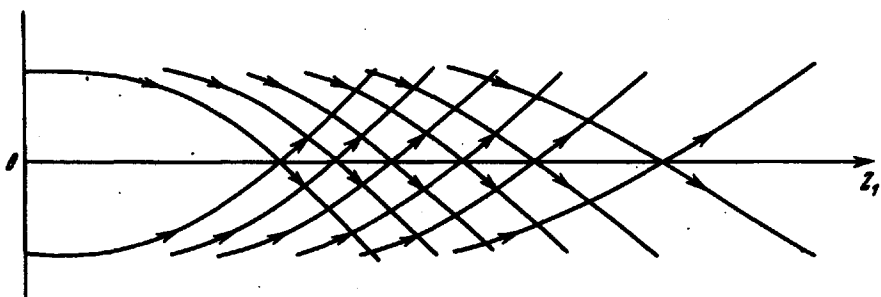


Рис.2

дый раз на кривой $|X(0, z_1)|^2$ появляется новый максимум, приближающийся из бесконечности к границе $z_1 = 0$.

Таким образом, при любом фиксированном значении $N > N_1$ осевое поле имеет конечный ряд интенсивных максимумов. Прделанный объем вычислений позволил надежно определить их расположение вдоль оси пучка. В то же время величины максимумов пока не были получены сколько-нибудь надежно (кроме самого факта, что они являются весьма большими). Число этих максимумов и их расположение по оси пучка z зависит от N . Соответствующая зависимость и общий характер расположения определяются приведенными на рис. 1 кривыми. Существенным является то, что через каждый максимум протекает лишь доля от первоначальной мощности пучка (причем эта доля тем меньше, чем больше число всех максимумов). Анализ поля вне оси подтверждает предположение, что в процессе распространения пучок приобретает "кольцевую" структуру, так что каждый максимум получается фокусировкой соответствующей кольцевой области. Последнее утверждение проиллюстрировано схемой на рис. 2. Оно делает понятным тот факт, что промежутки между соседними максимумами оказываются значительно меньше расстояния от границы $z_1 = 0$ до первого из них.

Во всем процессе самофокусировки существенную роль играет сложное изменение формы пучка, что в конечном счете и предопределяет столь непростой характер явления. По-видимому, открывается возможность управления процессом самофокусировки путем подбора начального распределения луча.

Авторы благодарят академика А.А. Дородницына, проявившего интерес к работе и кандидата физ.-мат. наук А.А. Абрамова за ряд существенных предложений, относящихся к методу решения задачи.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19 июня 1967 г.

Литература

- [1] Г.А. Аскарьян. ЖЭТФ, 42, 1567, 1962.
- [2] Н.Ф. Пилипецкий, А.Р. Рустамов. Письма ЖЭТФ, 2, 88, 1965.
- [3] Y.R. Shen, Y.J. Shaham. Phys. Rev. Lett., 15, 1008, 1965.
- [4] P. Lallemand, N. Bloembergen. Phys. Rev. Lett., 15, 1010, 1965.
- [5] C.C. Wang. Phys. Rev. Lett., 16, 344, 1966.
- [6] E. Garmire, R.Y. Chiao, C.H. Townes. Phys. Rev. Lett., 16, 347, 1966.
- [7] В.И. Таланов. Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 7, 564, 1964.
- [8] R.Y. Chiao, E. Garmire, C.H. Townes. Phys. Rev. Lett., 13, 479, 1964.
- [9] P.L. Kelley. Phys. Rev. Lett., 15, 1005, 1965.
- [10] В.И. Таланов, Письма ЖЭТФ, 2, 218, 1965.
- [11] С.А. Ахманов, А.П. Сухоруков, Р.В. Жохлов, ЖЭТФ, 50, 1537 (1966).
- [12] В.Н. Луговой, ДАН СССР, 176, № 1, 1967.
- [13] Е.С. Биргер, Н.Б. Ляликова, Журн. вычисл. мат. и мат. физ., 5, 979, 1965.
- [14] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. Изд-во "Наука", М., 1966.