ТЕОРИЯ СКИН-ЭФФЕКТА В ЭЛЕКТРОДНОМ РАЗРЯДЕ

Д.Д.Рютов

Обычно теоретическое рассмотрение задачи о скинировании высокочастотного тока проводится на модели полупространства, заполненного плазмой [1, 2]. Такая модель хорошо описывает скин-эффект в безэлектродном разряде. Однако, как показано в настоящем сообщении, она становится неудовлетворительной в случае электродного разряда с достаточно малым расстоянием между электродами (которое мы будем обозначать через L). Именно, при условии $L \ll v_T/\omega$, где v_T – тепловая скорость электронов, а ω – частота тока, толщина скин-слоя оказывается существенно больше значения, рассчитанного по модели полуограниченной плазмы.

В работе исследуется случай, когда толщина скин-слоя мала по сравнению с поперечным размером плазменного столба, и границу плазмы можно считать плоской. Относительно электродов предполагается, что они параллельны друг другу и перпендикулярны к границе плазмы. Начало координат лежит на линии пересечения одного из электродов с границей плазмы, ось x перпендикулярна к этой границе, а ось z направлена в сторону второго электрода. В направлении оси y система бесконечна. Внешнее магнитное поле однородного и направлено вдоль оси z.

Для простоты рассмотрим случай, когда магнитное поле настолько велико, что движением электронов в направлениях x и y можно пренебречь (легко показать, что такое приближение справедливо, когда ларморовский радиус электронов мал по сравнению с толщиной скин-слоя). При этом кинетическое уравнение для электронов имеет вид:

$$-i\omega f + v_z \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} E_z \frac{\partial f_0}{\partial v_z} = 0. \qquad (1)$$

Здесь f – возмущение функции распределения, f_0 – невозмущенная функция распределения, а остальные обозначения общеприняты.

Ток в плазме возникает под действием внешнего источника напряжения, подключаемого к электродам, причем величина тока в значительной мере определяется явлениями, происходящими на поверхностях электродов и в дебаевских слоях. Для качественного описания этих явлений мы воспользуемся граничными условиями:

$$f(v_z)\,|_{z=0,L} = f(-v_z)\,|_{z=0,L} - g(v_z)E_z|_{z=0,L}, \tag{2}$$

где $g(v_z) > 0$ – функция, зависящая от свойств электродов. Соотношение (2) показывает, что ток с электрода (или на электрод) появляется только при наличии внешнего электрического поля.

Полагая $L << v_T/\omega$ и учитывая симметрию задачи, из уравнений (1) – (2) получим:

$$j_z = \sigma E_z(x,0), \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{k_D^2}{4\pi} E_z(x, z), \tag{3}$$

где через j_z и ρ обозначены, соответственно, плотность тока и плотность заряда, а величины σ и k_D определяются соотношениями:

$$\sigma = -e\int_0^\infty v_z g(v_z)\, dv_z, \quad k_D^2 = -\frac{8\pi e^2}{m}\int_0^\infty \frac{dv_z}{v_z}\frac{\partial f_0}{\partial v_z}.$$

Величина σ может быть названа "граничной проводимостью". Решение (3) справедливо при условии $\omega << \sigma << \omega_{pe} v_T/\omega L$. Исследование уравнений для дебаевских слоев показывает, что если ток ограничивается эффектом пространственного заряда (а не эмиссионными свойствами электродов), то $\sigma \sim \omega_{pe}$.

Поскольку в рассматриваемой задаче выполнено условие квазистационарности $\omega L/c << 1$, а ток j_z зависит только от x, мы можем провести следующую разбивку электрического поля $\mathbf{E}$ на соленоидальную $\mathbf{E}_s$ и потенциальную $\mathbf{E}_p$ части:

$$\mathbf{E}_s = (0,\ E_{sz}(x)),\ \mathbf{E}_p = (E_{px}(x,z),\ E_{pz}(x,z)).$$

Из уравнений Максвелла следует, что

$$\frac{\partial^2 E_{pz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{pz}}{\partial z^2} = k_D^2\,(E_{sz}(x) + E_{pz}(x,z)), \tag{4}$$

$$\frac{d^2 E_{sz}}{dx^2} = -\frac{4\pi i\,\omega\sigma}{c^2}(E_{sz}(x) + E_{pz}(x,0)). \tag{5}$$

Происхождение $\mathbf{E}_p$ связано с наличием пространственного заряда в дебаевских слоях вблизи от электродов и от границы плазма-вакуум. Заряды "подстраиваются" таким образом, чтобы E_{pz} почти полностью компенсировало E_{sz} в объеме плазмы. При этом в самих слоях поле $\mathbf{E}_p$ существенно превышает $\mathbf{E}_s$.

Интегрируя уравнение (4) по z, получаем:

$$-2\frac{\partial E_{pz}}{\partial x}(x,0) = k_D^2 L E_{sz}(x).$$

Мы учли, что $E_{px} = 0$ на поверхности проводящих электродов, и, следовательно, $\int_0^L E_{pz}\,dz = 0$. Вблизи от электродов уравнение (4) можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 E_{pz}}{\partial z^2} = k_D^2 E_{pz}.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial E_{pz}}{\partial z}(x,0) = -k_D E_{pz}(x,0), \quad \text{и} \quad E_{pz}(x,0) = \frac{1}{2} k_D L E_{sz}(x).$$

Теперь из (5) можно получить уравнение, опредещяющее закон распределения поля в плазме:

$$\frac{d^2 E_{sz}}{dx^2} = -\frac{2\pi i\omega\sigma k_D L}{c^2} E_{sz}$$

Мы видим, что эффективная толщина скин-слоя δ равна $(c^2/\pi\sigma\omega k_D L)^{1/2}$. Если положить $\sigma\sim\omega_{pe}$, то

$$\delta \sim \frac{c}{\omega_{pe}}\sqrt{\frac{v_T}{\omega L}}\ . \tag{6}$$

Следовательно, если пролетное время электрона L/v_T меньше периода поля, то толщина скин-слоя превышает значение c/ω_{pe}, получаемое в приближении полуограниченной плазмы. Этот вывод представляет интерес для многих экспериментов по исследованию электродных разрядов, например, [3].

Соотношение (6) допускает следующую наглядную трактовку. Хорошо известно, что в полуограниченной столкновительной плазме (с эффективной частотой столкновений ν) толщина скин-слоя по порядку величины равна $c\omega_{pe}(\nu/\omega)^{1/2}$. Формула (6) получается отсюда, если под ν понимать частоту столкновений электрона с электродами.

В заключение автор приносит глубокую благодарность Л.И.Рудакову за многочисленные обсуждения, в результате которых возникла рассмотренная выше постановка задачи.

Поступило в редакцию
26 июня 1967 г.

Литература

[1] В.П.Силин, А.А.Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Госатомиздат, 1961.

[2] В.Д.Шафранов. Сб. Вопросы теории плазмы. Вып. 3, стр.3, М., Госатомиздат, 1963.
[3] T.H.Adlam, L.S.Holmes. Nucl. Fusion, 3, 62, 1963.