О ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ДЛИНЫ

Д. А. Киржниц

1. Недавно Линденбаум [1] вывел из сравнения новых данных по πp-рассеянию вперед с дисперсионными соотношениями следующую оценку

$$\ell < 0{,}7 \cdot 10^{-15}\ см. \qquad (1)$$

Здесь ℓ – элементарная длина, т.е. величина, определяющая размеры области пространства–времени, где возможно нарушение общих принципов теории элементарных частиц.

Результат Линденбаума представляет значительный интерес, будучи примерно на порядок эффективнее прежних оценок, основанных на проверке квантовой электродинамики (см., например, [2]). Однако, использованное в работе [1] соотношение $\ell < 1/\omega_L$ (ω_L – энергия в лабораторной системе), приводящее к (1), вызывает серьезные возражения и едва ли может быть обосновано.

2. Правильный метод для определения верхней границы ℓ, который обычно и используется при обработке результатов электродинамических опытов, основан на введении в выражение для измеряемой величины A факторов, нарушающих общие принципы теории, чаще всего локальности. В результате A приобретает поправочный член δA, зависящий от ℓ. При отсутствии расхождения между экспериментом и локальной теорией (точность совпадения Δ) имеет место очевидное неравенство

$$|\delta A(\ell)| < \Delta, \qquad (2)$$

которое и может служить для определения верхней границы ℓ.

К сожалению, применение этого метода к рассматриваемой задаче сильно затруднено невозможностью точно рассчитать величину $|\delta A|$ (сильные взаимодействия). Однако, оказывается возможным дать такую оценку этой величины снизу, которая позволяет сделать определенные суждения о правдоподобности неравенства (*1*).

3. Для получения нелокальной поправки к дисперсионным соотношениям будет использована нелокальная схема, предложенная Лезновым и автором [3] и удовлетворяющая требованиям релятивизма, соответствия, унитарности, сходимости и, с некоторыми оговорками, макропричинности (см. также [4])*. В основе этой схемы лежит расширенное гильбертово пространство состояний, содержащее наряду с обычными также вспомогательные нефизические состояния с отрицательной нормой и массами $\kappa \geqslant 1/\ell$. На этом расширенном пространстве обычным образом строится локальная теория, причем вместо обычных операторов поля ϕ, ψ и т.п. используются комбинации

$$\phi - \sum_{\kappa} \tilde{\phi}_{\kappa} C_{\kappa}, \qquad \psi - \sum_{\kappa} \tilde{\psi}_{\kappa} C'_{\kappa}, \tag{3}$$

где $\tilde{\phi}$, $\tilde{\psi}$ – нефизические операторы, а $\sum_{\kappa} C_{\kappa}^2 = \sum_{\kappa} C_{\kappa}'^2 = 1$.

Соответствующая матрица рассеяния локальна и унитарна на расширенном пространстве, и поэтому амплитуда πp-рассеяния вперед подчиняется обычному дисперсионному соотношению с той только разницей, что полное сечение в абсорптивной части включает в себя все, в том числе и нефизические переходы $\sigma_t = \sigma - \tilde{\sigma}$, где σ – обычное сечение, $\tilde{\sigma}$ – сечение тех процессов, где в конечном состоянии есть хотя бы одна нефизическая частица (знак (–) связан с отрицательностью нормы).

Переход к нелокальной теории в физическом пространстве осуществляется просто таким изменением мнимой части элемента матрицы рассеяния, чтобы она стала унитарной на физическом пространстве. Ясно поэтому, что дисперсионные соотношения для действительной части амплитуды отличаются от обычных лишь заменой σ на σ_t. Соответственно, интересующая нас поправка имеет вид**

$$|\delta A| = \frac{1}{2} |\delta (D_+ + D_-)| = \frac{k^2}{4\pi^2} \left| \int_0^{\infty} \frac{dk'^2}{k'^2 - k^2} (\tilde{\sigma}_+ + \tilde{\sigma}_-) \right|, \tag{4}$$

где $D_{\pm}$ – действительная часть амплитуды $\pi^{\pm}p$-рассеяния вперед.

4. Ограничимся для простоты случаем одного нефизического фермиона ($C_{\kappa}^{\pm} = \delta_{\kappa, 1/\ell}$). Поскольку интегрирование в (4) начинается с величины $1/2M\ell^2$ (M – масса протона), то, предполагая, что $2Mk\ell^2 < 1$ (это будет подтверждено результатом), мы видим, что подынтегральное выражение в (4) знакопостоянно. Поэтому мы только усилим неравенство (2), оставляя в $\tilde{\sigma}_+ + \tilde{\sigma}_-$ сечение $\tilde{\sigma}_0$ лишь одного простейшего процесса

$$\pi^- + p \to \text{нефизический фермион} \tag{5}$$

и опуская в знаменателе k^2. В результате имеем

$$\frac{k^2}{4\pi^2}\int \frac{dk'}{k'^2}\tilde{\sigma}_0 \quad (k') < \Delta .$$

Вводя перенормированную константу связи g для процесса (5) (согласно (3) она совпадает в случае одной нефизической частицы с обычной мезон-нуклонной константой связи), получаем в результате несложных выкладок

$$\tilde{\sigma}_0 = \frac{\pi g^2}{4M}\,\delta\,(k - 1/2M\ell^2).$$

Отсюда получаем

$$\ell < \left(\frac{4\pi\Delta}{g^2 k^2 M}\right)^{1/4} = \left(\frac{16\,\pi\Delta M}{g^2}\right)^{1/4} 1/\omega_c \,, \tag{6}$$

где ω_c – энергия в системе центра масс. Полагая $g^2 \simeq 15$ и заимствуя из приведенных в [1] графиков оценку $\Delta \sim 0{,}1/M$, находим

$$\ell < 2\cdot 10^{-15}\ см \,, \tag{7}$$

Включение остальных неучтенных процессов должно понизить верхнюю границу ℓ. Поэтому есть все основания думать, что оценка (1), хотя она и получена из необоснованной формулы, тем не менее, видимо, не очень далека от истины.

Благодарю А.А. Комара, А.Н. Лезнова и В.Я. Файнберга за полезные дискуссии.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
6 июля 1967 г.

Литература

[1] S. Lindenbaum, Preprint BNL, 11175, Coral Gables, 1967.
[2] R. Gatto, Preprint, TH 65/22, Florence, 1966.
[3] А.Н. Лезнов, Д.А. Киржниц. ЖЭТФ, 48, 622, 1965.
[4] Д.А. Киржниц. УФН, 90, 129, 1966.
[5] Д.И. Блохинцев, Г.И. Колеров. Nuovo Cim., 34, 163, 1964.

---

* Иная нелокальная схема использовалась для решения сходной задачи Блохинцевым и Колеровым [5].

** Дисперсионное соотношение для $\frac{1}{2}(D_- - D_+)$ приводит к близким результатам.