Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 11, стр. 473 – 477 *10 июня 1985 г.*

ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ КВАРКОВ И ЛЕПТОНОВ: $SU(3)_H \otimes U(1)_H$-СИММЕТРИЯ

Дж.Л. Чкареули

Обсуждается модель локальной горизонтальной симметрии $SU(3)_H \otimes U(1)_H$ со шкалой нарушения порядка массы Планка M_P. Это нарушение приводит одновременно и к спонтанному нарушению CP-инвариантности. Вычислены углы смешивания кварков, CP-фаза, массы кварков d, s, b в хорошем согласии с опытом и предсказывается масса t-кварка, m_t = 37 ГэВ. Показано, что иерархия масс кварков и лептонов по поколениям может быть объяснена с помощью симметрии горизонтального гиперзаряда $U(1)_H$.

1. Разумно думать, что расщепление масс кварков по поколениям, также как их смешивание между собой в слабом токе, отвечает спонтанному нарушению горизонтальной симмет-

рии $SU(3)_H$, действующей между кварк-лептонными поколениями [1-3]. Возможно, что шкала точной локальной $SU(3)_H$ -симметрии V_H даже выше чем шкала $SU(5)$-симметрии [4] V ($V \simeq 10^{15}$ ГэВ) и горизонтальное объединение кварков и лептонов происходит лишь на расстояниях порядка планковских, $V_H = 0(M_P)$. Мы примем здесь эту гипотезу [5] и обсудим ее основные следствия.

2. Согласно нашей гипотезе ($V_H \gg V$) в пределе $SU(3)_H$ мы имеем фактическую $SU(5) \otimes$ $\otimes$ $SU(3)_H$ -симметрию с киральным наполнением фермионов в ее базисном левоспиральном мультиплете ($SU(5)$ – индексы повсюду в статье опущены)

$$(\bar{5} + 10)^{\alpha}_L, \qquad \alpha, \beta, \ldots = 1, 2, 3\,(SU(3)_H), \tag{1}$$

в котором правые компоненты полей кварков и лептонов приняты за триплеты, а их левые компоненты – за антитриплеты $SU(3)_H$.

Спонтанное нарушение $SU(5)$ вызывается стандартными скалярами: 24-плетом Φ и 5-плетом φ [4]. Нарушение $SU(3)_H$ можно вызвать простым набором скаляров – триплетов $\eta^{(m)}_{\alpha}$ ($m = 1, 2, \ldots$) и секстетов $\chi^{(n)}_{\{\alpha\beta\}}$ ($n = 1, 2, \ldots$) $SU(3)_H$. Одновременно эти же скаляры совместно с полем φ замыкают юкавские связи кварков и лептонов (1). Модель, вследствие своего простого скалярного состава, допускает только неренормируемые связи общего вида

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{M_P}\,[10^{\alpha}\,10^{\beta}\,\varphi\,\chi^{(n)}F^{(n)} + \bar{5}^{\alpha}\,10^{\beta}\,(\chi^{(n)}_{\{\alpha\beta\}}G^{(n)} + \eta^{(m)}_{[\alpha\beta]}\tilde{G}^{(n)})], \tag{2}$$

где $F^{(n)}$, $G^{(n)}$ и $\tilde{G}^{(m)}$ – безразмерные константы связи, $\eta^{(m)}_{[\alpha\beta]} \equiv \epsilon_{\alpha\beta\gamma}\,\eta^{(m)\gamma}$. Поскольку шкала нарушения горизонтальной симметрии $V_H = 0(M_P)$, то естественно предположить, что связи (2) индуцирует гравитация (см. также [6]). При этом, если и не все связи, то по крайней мере связи, включающие одинаковые – по $SU(5)$ и $SU(3)_H$ одновременно – мультиплеты фермионов и скаляров, должны иметь одинаковые константы, т. е. мы принимаем

$$F^{(n)} = F, \quad G^{(n)} = G \quad (n = 1, 2, \ldots); \quad \tilde{G}^{(m)} = G \quad (m = 1, 2, \ldots). \tag{3}$$

Фермионы (1) и скаляры φ, χ, η в связях (2), помимо свойств по $SU(5)$ и $SU(3)_H$, характеризуются еще и значениями горизонтального гиперзаряда $Y(U(1)_H)$, который мы обсудим позднее (п. 5).

n секстетов $\chi^{(n)}_{\{\alpha\beta\}}$ и m антитриплетов $\eta^{(m)}_{[\alpha\beta]}$ развивают вакуумные средние (ВС) $\langle\chi^{(n)}\rangle$, $\langle\eta^{(m)}\rangle$ порядка $0(M_P)$ и приводят к полному спонтанному нарушению $SU(3)_H \otimes U(1)_H$. После конденсации скаляра φ это нарушение определит также и вид массовых матриц верхних кварков (n, c, t) и нижних кварков (d, s, b) и лептонов (e, μ, τ), соответственно,

$$\hat{M}^u_{\alpha\beta} = F S_{\alpha\beta}, \quad S_{\alpha\beta} \equiv \frac{\langle\varphi\rangle}{M_P}\sum_n \langle\chi^{(n)}_{\{\alpha\beta\}}\rangle, \tag{4a}$$

$$\hat{M}^d_{\alpha\beta} = G S_{\alpha\beta} + \tilde{G} A_{\alpha\beta}, \qquad A_{\alpha\beta} \equiv \frac{\langle\varphi\rangle}{M_P}\sum_m \langle\eta^{(m)}_{[\alpha\beta]}\rangle. \tag{4б}$$

3. Как можно видеть из (4), нарушение $SU(3)_H$ -симметрии приведет одновременно и к спонтанному CP -несохранению (константы F, G и $\tilde{G}$ вещественны), если у ВС полей χ и η в матрицах $\hat{M}^u$ и $\hat{M}^d$ возникнет нетривиальная относительная фаза. Эта фаза с необходимостью оказывается равной $\pi/2$, если потенциал Хиггса $P(\chi, \eta)$ полей χ и η, наряду со стандартными членами, включает также и минимальные связи[1)]

1) Связи вида (5) в любом случае возникнут в полиноме P в высших порядках из юкавских связей (2).

$$h^{(m)}\,\eta^{(m)}_{[\alpha\beta]}\,\eta^{(m)}_{[\gamma\delta]}\,\chi^{(m)\{\alpha\gamma\}}\,\chi^{(m)\{\beta\delta\}} + \text{э. с.},\quad m = 1,\,2,\,\ldots\,. \tag{5}$$

Легко видеть, что при положительных вещественных константах $h^{(m)}$ потенциалу выгодно, чтобы полная фаза всех ВС в (5) равнялась π, что означает (для всех $\alpha \neq \beta$) $\arg\langle\eta^{(m)}_{[\alpha\beta]}\rangle - \arg\langle\chi^{(m)}_{\{\alpha\beta\}}\rangle = \pi/2$, $\arg\hat{M}^d_{\alpha\beta} = -\arg\hat{M}^d_{\beta\alpha}$. (6)

Уточним теперь структуру массовых матриц $\hat{M}^u$ и $\hat{M}^d$. Для набора горизонтальных ВС ($n = 1, 2, 3;\ m = 1, 2$)

$$\langle\chi^{(1)}_{\{\alpha\beta\}}\rangle \neq \langle\chi^{(1)}_{\{12\}}\rangle,\quad \langle\chi^{(2)}_{\{\alpha\beta\}}\rangle = \langle\chi^{(2)}_{\{23\}}\rangle,\quad \langle\chi^{(3)}_{\{\alpha\beta\}}\rangle = \langle\chi^{(3)}_{33}\rangle,$$

$$\langle\eta^{(1)}_{[\alpha\beta]} = \langle\eta^{(1)}_{[12]}\rangle,\quad \langle\eta^{(2)}_{[\alpha\beta]}\rangle = \langle\eta^{(2)}_{[12]}\rangle, \tag{7}$$

которые можно получить естественным выбором параметров в полиноме P, матрицы $\hat{M}^u$ и $\hat{M}^d$ принимают вид матриц Фрича [7]. При этом предполагается, что между их элементами имеет место наблюдаемая на опыте иерархия:

$$|\hat{M}^u_{33}| : |\hat{M}^u_{23}| : |\hat{M}^u_{12}| = m_t : \sqrt{m_t m_c} : \sqrt{m_c m_u} \sim 1 : p : p^4, \tag{8а}$$

$$|\hat{M}^d_{33}| : |\hat{M}^d_{23}| : |\hat{M}^d_{12}| = m_b : \sqrt{m_b m_s} : \sqrt{m_s m_d} \sim 1 : p : p^3, \tag{8б}$$

где p – числовой параметр, $p = 0{,}15 \div 0{,}20$. Для того чтобы обеспечить иерархию (8) мы должны предположить для модулей ВС (7)

$$\langle\chi^{(3)}\rangle : \langle\chi^{(2)}\rangle : \langle\eta^{(2)}\rangle : \langle\eta^{(1)}\rangle : \langle\chi^{(1)}\rangle \sim 1 : p : p^2 : p^3 : p^4 \tag{9}$$

(напомним, что в $\hat{M}^u$ дают вклад только ВС секстетов $\chi^{(n)}$, $= 1, 2, 3$; $\langle\chi^{(3)}\rangle = 0(M_p)$.
В результате матрицы $\hat{M}^u$ и $\hat{M}^d$ дают для углов Кобаяши – Маскава смешивания кварков ($s_k \equiv \sin\theta_k$, $k = 1, 2, 3$) [7]:

$$s_1 = \left|\sqrt{\frac{m_d}{m_s}} + e^{i\delta}\sqrt{\frac{m_u}{m_c}}\right|, \tag{10}$$

$$s_2 = \frac{\sqrt{\dfrac{m_d}{m_s}}}{s_1}\left|\sqrt{\frac{m_c}{m_t}} - e^{-i\kappa}\sqrt{\frac{m_s}{m_b}}\right|,\quad s_3 = \sqrt{\frac{m_u m_s}{m_c m_d}}\; s_2.$$

Для фазы CP-нарушения δ и фазы κ, используя фазовые условия (6) и учитывая явно иерархию (9) вкладов триплетов $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$ и секстетов $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ в элементы матрицы $\hat{M}^d_{12}$ и $\hat{M}^d_{23}$ (4б), получаем

$$\delta = \frac{\pi}{2} \pm \operatorname{arc\,tg}\left(p\,\frac{G}{\widetilde{G}}\right),\qquad |\kappa| = \operatorname{arc\,tg}\left(p\,\frac{\widetilde{G}}{G}\right), \tag{11}$$

что при $\widetilde{G} \approx G$ дает для синусов углов смешивания s_1, s_2 и s_3 значения (см. (16)) в хорошем согласии с опытом [8].

4. Массовая матрица $\hat{M}^d$ (4б) приводит дополнительно, благодаря $SU(5)$-симметрии, к соотношениям для масс нижних кварков и лептонов

$$m_d m_s = m_e m_\mu\,, \quad m_s m_b = m_\mu m_\tau\,, \quad m_b - m_s = m_\tau - m_\mu\,. \tag{12}$$

Из первой и третьей формул в (12) следуют согласующиеся с опытом значения масс d-, s- и b-кварков [2]

$$m_d \simeq 6{,}5\ \text{МэВ}, \qquad m_s \simeq 130\ \text{МэВ}, \qquad m_b \simeq 4{,}8\ \text{ГэВ} \tag{13}$$

(если учесть перенормировку масс кварков от $SU(5)$-предела $V = 10^{15}$ ГэВ к 1 ГэВ для s- и d-кварков и к 5 ГэВ для b-кварка, и принять согласно алгебре токов $m_s/m_d \simeq 20$).

Вторая формула в (12), возникающая из вклада в матрицу $\hat{M}^d$ (4б) секстета $\chi^{(2)}$, однако, резко противоречит опыту. Для того чтобы ее "разрушить" сохранив при этом две другие формулы в (12), необходимо дополнительно к связям (2) ввести связь нижних кварков со скалярным 45-плетом $SU(5)$-симметрии σ, имеющим, по предположению, горизонтальный гиперзаряд Y_σ, отличный от гиперзаряда Y_φ 5-плета φ

$$\frac{1}{M_P}\,\bar{5}^\alpha\, 10^\beta\, \bar{\sigma}\, \lambda_{\{\alpha\beta\}}\, G', \qquad Y_\sigma = Y_\varphi + (Y_\lambda - Y_{\chi^{(2)}}), \tag{14}$$

где λ – новый, четвертый секстет, развивающий ВС "параллельно" ВС секстета, т. е. на компонентах $\langle\lambda_{\{23\}}\rangle \sim \langle\chi^{(2)}_{\{23\}}\rangle$; Y_λ и $Y_{\chi^{(2)}}$ – гиперзаряды полей λ и $\chi^{(2)}$; G' – константа связи, $G' \sim G$.

Разделяя в элементе матрицы $\hat{M}^d_{23}$ вклады секстетов $\chi^{(2)}$ и λ (вклад триплета $\eta^{(2)}$ в $|\hat{M}^d_{23}|$ несущественен, он порядка p^2 к основному), получаем из (4а, б) еще одну массовую формулу

$$\frac{|\hat{M}^d_{23}(\chi^{(2)})|}{|\hat{M}^d_{33}|} = \frac{|\hat{M}^u_{23}|}{|\hat{M}^u_{33}|}\,, \quad 3\sqrt{\frac{m_s}{m_b}} + \sqrt{\frac{m_\mu}{m_\tau}} = 4\sqrt{\frac{m_c}{m_t}}\,, \tag{15}$$

откуда со значениями m_s и m_b (13) для физической массы t-кварка имеем $m_t = 37$ ГэВ. Полученные значения масс кварков d, s, b и t (13), (15) вместе с массой c-кварка $m_c = 1{,}35$ ГэВ приводят окончательно к углам смешивания (10) и δ-фазе, равным (для $\tilde{G} \approx G$, $p = 0{,}17$)

$$s_1 = 0{,}22, \quad s_2 \simeq 0{,}04, \quad s_3 \simeq 0{,}01, \quad \sin\delta \simeq 0{,}985. \tag{16}$$

5. Иерархию масс кварков по поколениям (8а, б), также как и различие в массах верхних и нижних кварков, мы связываем с симметрией горизонтального гиперзаряда $U(1)_H$. Введем дополнительно к полям χ, η и λ поле I, синглет $SU(3)_H$. Выберем теперь гиперзаряды этих полей и фермионных мультиплетов $\bar{5}^\alpha$ и 10^α так, чтобы выполнялись условия

$$2Y_{10} + Y_\varphi + Y_{\chi^{(3)}} = 0, \qquad Y_{\bar{5}} + Y_{10} - Y_\varphi + Y_{\chi^{(3)}} + Y_I = 0, \tag{17а}$$

$$Y_{\chi^{(3)}} = Y_{\chi^{(2)}} + Y_I = Y_{\eta^{(2)}} + 2Y_I = Y_{\eta^{(1)}} + 3Y_I = Y_{\chi^{(1)}} + 4Y_I\,. \tag{17б}$$

Новые юкавские связи (вместо связей (2), (14)) наряду с полями χ, η и λ будут теперь из-за $U(1)_H$-симметрии (17) содержать то или иное число полей I с соответствующими степенями $1/M_P$. Согласно гиперзарядам (17 б) в матрице $\hat{M}^u$ в порядке V/M_P возникнет только элемент $\hat{M}^u_{33}$, в порядке $1/M_P^2$ – элемент $\hat{M}^u_{23}$ и в порядке $1/M_P^5$ – элемент $\hat{M}^u_{12}$, что и даст иерархию (8а) с параметром $p = \langle I\rangle/M_P$, где $\langle I\rangle$ – ВС поля I. Аналогично возникает иерархия элементов (с тем же параметром p) и в матрице $\hat{M}^d$ (8 б). При этом юкавские связи нижних кварков в силу (17а) будут иметь (по сравнению со связями верхних) лишнюю степень $1/M_P$, что естественно объясняет относительную малость их масс. Таким образом, благодаря $U(1)_H$ -симметрии необходимости в специальной иерархии ВС (9) больше нет; все горизонтальные скаляры χ, η, λ и I с гиперзарядами (17) развивают, по предположению, приблизительно равные ВС, $V_H \approx pM_P$, и имеют одинаковые юкавские константы.

Авторы выражают глубокую благодарность З.Г.Бережиани, О.В.Канчели и К.А.Тер-Мартиросяну за полезные обсуждения.

Литература

1. *Чкареули Дж.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1980, **32**, 684.
2. *Бережиани З.Г., Чкареули Дж.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1982, **35**, 494; УФН, 1985, **145**, 165.
3. *Wilczek F.* Preprint NSF-ITP-83-08, 1983.
4. *Langacker P.* Phys. Rep., 1981, **72**, 187.
5. *Чкареули Дж.Л.* Доклад на Советско-Американском рабочем совещании, Ереван, 1983.
6. *Ellis J., Gaillard M.K.* Phys. Lett., 1979, **88 B**, 315.
7. *Fritzsch H.* Nucl. Phys., 1979, **B155**, 189.
8. *Nanopoulos D.V.* Preprint CERN-TH, 3995/84.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
20 марта 1985 г