Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 11, стр. 477 – 480 *10 июня 1985 г.*

МАГНИТНАЯ МАССА ГЛЮОНА В ПРИСУТСТВИИ КВАРКОВ

О.К.Калашников

Установлена точная спинорная структура функции Грина кварков в КХД$_4$ при $T \neq 0$ и найдено непертурбативное выражение для кварк-глюонной вершины в пределе нулевого импульса глюона. Показано, что присутствие кварков не изменяет инфракрасный предел глюонного пропагатора в КХД$_4$, который совпадает с известным выражением в бескварковой глюодинамике.

Исследование термодинамических и кинетических свойств кварковой подсистемы КХД$_4$ является актуальной задачей современной глюодинамики. Из-за особых свойств эффективного кварк-глюонного взаимодействия система кварков в КХД$_4$ претерпевает фазовый переход при $T, \mu \neq 0$, адекватное описание которого пока известно только феноменологически. Кроме этого, при $T \neq 0$ спектр элементарных возбуждений кварковой системы имеет ряд новых качественных особенностей (расщепление спектра, существование минимума на одной из ветвей и т. д.), которые не свойственны квантовой теории поля. Спинорная структура функции Грина кварка, при $T \neq 0$ гораздо богаче и ее нетривиальность в статистике обязана нарушению лоренц-инвариантности и появлению нового вектора u_μ, связанного с термостатом. В КЭД для фотонного пропагатора этот факт впервые отмечался в работе [1], но точная спинорная структура фермиевского пропагатора при $T \neq 0$ как в КЭД, так и в КХД, до сих пор не была установлена. Для безмассовых кварков, такое усложнение спинорной структуры фермиевского пропагатора уже указывалось в работах [2], но оно не исчерпало общего случая.

Спинорная структура функции Грина кварка в КХД$_4$ зависит от калибровки и является наиболее простой в аксиальной калибровке $A_4 = 0$, где калибровочный вектор n_μ тожде-

ственно равен вектору u_μ, характеризующему термостат. Однако применимость полученных выражений не ограничивается аксиальной калибровкой, они также справедливы в некоторых других калибровках, например, в феймановской. Важно, чтобы кроме двух векторов p_μ и u_μ, определяющих функцию G других выделенных векторов не существовало. Функция Грина кварка – биспинор и, следовательно, должна разлагаться по полной системе пяти образующих $(1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_5, \gamma_5\gamma_\mu)$, причем структурные функции этого разложения строятся из двух векторов p_μ и u_μ, определяющих G. Метрика выбрана везде эвклидовой, $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$, $\gamma_\mu^2 = 1$ и определение матрицы $\sigma_{\mu\nu}$ – обычное. Наиболее общий вид биспинора G^{-1} для $A_4 = 0$ калибровки

$$G^{-1} = i(\hat{p}\, b_1 + \hat{u}\, b_2) + m + \frac{d}{2}(\hat{u}\hat{p} - \hat{p}\hat{u}) \tag{1}$$

определяется четырьмя скалярными функциями, зависящими порознь от $|\mathbf{p}|$ и p_4. Для $A_4 = 0$ калибровки в выражении (1) отсутствует псевдоскаляр и псевдовектор, так как последние не могут быть построены из двух векторов p_μ и u_μ. При переходе в другие калибровки изменяются как сами скалярные функции, определяющие (1), так и их количество. Функция Грина кварка, найденная с помощью (1), имеет вид

$$G = \frac{-i(\hat{p}b_1 + \hat{u}\, b_2) + m - \frac{d}{2}(\hat{u}\hat{p} - \hat{p}\hat{u})}{m^2 + (p_\mu b_1 + u_\mu b_2)^2 + d^2(p^2 - (up)^2)}, \tag{2}$$

где дисперсионное уравнение

$$m^2 + (p_\mu b_1 + u_\mu b_2)^2 + d^2(p^2 - (up)^2) = 0 \tag{3}$$

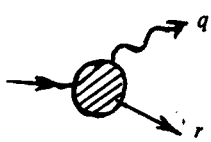
определяет с помощью четырех функций две различные спиновые моды имеющие одну или несколько ветвей каждая. В простейшем случае безмассовой теории, когда из-за γ_5-инвариантности в (3) функции m^2 и d^2 тождественно равны нулю, такой спектр был найден в работах [2]. Качественное отличие функции Грина кварка при $T \neq 0$ от теории поля связано с наличием вектора среды u_μ, в полной аналогии с изменением в среде тензорной структуры поляризационного оператора, найденного ранее в [1]. Итерация функции (2) в системе покоя среды $(u_i = 0,\ u_4 = 1)$ начинается со стандартного выражения

$$G_0 = \frac{-i\hat{p} + \gamma_4\mu_0 + m_0}{(p_4 + i\mu_0)^2 + \mathbf{p}^2 + m_0^2} \tag{4}$$

и имеет место обычное пертурбативное разложение функций b_i и m по степеням g^2, кроме функции d, которая начинается с члена порядка g^4.

Кварк-глюонная вершина в КХД

$$\Gamma_{\psi\bar{\psi}V}(p, r\,|\,q)^{ija}_{\mu} = \tag{5}$$



при $T \neq 0$ также разлагается, аналогично (1), по полной системе пяти образующих

$$\Gamma_{\psi\bar{\psi}V}(p, r\,|\,q)^{ija}_{\mu} = ig\left(\frac{\lambda^a}{2}\right)^i_j \Gamma_\mu(p, r\,|\,q),$$

$$\Gamma_\mu(p, r\,|\,q) = A_\mu \cdot 1 + B_{\mu\nu}\gamma_\nu + C_{\mu\nu\gamma}\sigma_{\nu\gamma} + \gamma_5(Z_\mu + \gamma_\nu E_{\mu\nu}), \tag{6}$$

где ни один из коэффициентов в общем случае, не равен нулю. В (6) предполагается, что кварки преобразуются по фундаментальному представлению $SU(3)$-цветной группы [$\lambda/2$ — ее генераторы]. Упрощается выражение (6) только для безмассовой теории, где отличными от нуля, остаются два из пяти коэффициентов ($B_{\mu\nu} \neq 0$ и $E_{\mu\nu} \neq 0$). Выбор калибровки не упрощает и не изменяет тензорную структуру (6), хотя существенно влияет на выбор определяющих выражение (6) коэффициентов. Выделенной является аксиальная калибровка, для которой характерны простые тождества Уорда (независимо полученные также в работе [3])

$$q_\mu \Gamma_{\psi\bar{\psi}V}(p, r \mid q)^{ija}_{\mu} = g\left(\frac{\lambda^a}{2}\right)^i_j [G^{-1}(p) - G^{-1}(r)], \tag{7}$$

и упрощенные выражения для коэффициентов в (6), если $n_\mu = u_\mu$. Так, например, для $A_4 = 0$ калибровки, тензорный вид псевдовектора Z_μ и псевдотензора $E_{\mu\nu}$ легко фиксируется

$$Z_\mu = z\epsilon_{\mu\nu\rho\lambda}(p+r)_\nu (p-r)_\rho u_\lambda,$$

$$E_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda}[e_1 (p+r)_\rho (p-r)_\lambda + e_2 (p+r)_\rho u_\lambda + e_3 (p-r)_\rho u_\lambda], \tag{8}$$

причем скалярная функция $e_2(|\mathbf{p}|, p_4)$ в (8) тождественно равна нулю, если потребовать выполнение (7). Другие коэффициентные функции, определяющие (6), имеют более сложную тензорную структуру, но также однозначно восстанавливаются.

Для аксиальной калибровки в КХД$_4$, благодаря простым тождествам Уорда (7) существует удобная формула

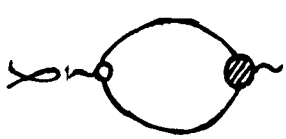
$$\Gamma_{\psi\bar{\psi}V}(p, p \mid 0)^{i\,j\,a}_{n} = \left(g\frac{\lambda^a}{2}\right)^i_j \frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_n}, \tag{9}$$

позволяющая вычислить инфракрасный предел по переданному импульсу $q_\mu (q_4 = 0, |q| \to 0)$ пространственных компонент ($n = 1, 2, 3$) вершинной функции, если известна функция Грина кварка

$$G^{-1}(p) = (i\hat{p} - \gamma_4 \mu_0 + m_0) + \Sigma(p). \tag{10}$$

В отличие от КЕД, для которой формула, аналогичная (9), верна в любой калибровке, в теории неабелевых калибровочных полей эта формула справедлива лишь в аксиальной калибровке, в частности в $A_4 = 0$ калибровке, которая является предпочтительной для построения различных схем непертурбативного счета. Здесь с помощью формулы (9) будет показано, что инфракрасный предел поляризационного оператора глюонов в КХД$_4$ определяется лишь глюомагнитным взаимодействием и не изменяется присутствием кварков.

Инфракрасный предел поляризационного оператора глюонов в КХД$_4$ для $A_4 = 0$ калибровки определяется, кроме обычных диаграмм бескварковой хромодинамики [4], также кварковой петлей

Δm^2_{mag}  (11)

которая должна вычисляться с использованием точной функции Грина кварка (2) и точной кварк-глюонной вершины (5). Однако для последней при вычислении (11) нужен только инфракрасный предел и поэтому с помощью (9) ее вклад в магнитную массу глюона вычис-

ляется точно

$$\Delta m^2_{mag} \propto \frac{g^2}{\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \mathrm{Sp}\left(\gamma_n G(p) \frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_n} G(p)\right) =$$

$$= -\frac{g^2}{\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \mathrm{Sp}\left(\gamma_n \frac{\partial G(p)}{\partial p_n}\right) = -\frac{g^2}{\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{\partial}{\partial p_n}(p_n \widetilde{G}(p)) \quad (12)$$

В (12) невычисленной остается сумма по n ($n = 1, 2, 3$), а функция $\widetilde{G}(p)$ получается из выражения (2) после вычисления в (12) следа γ-матриц. Дальнейшее преобразование выражения (12) связано с интегрированием по частям и утверждением, что возникший при этом "поверхностный" член равен нулю, т. е.

$$\lim_{|\mathbf{p}|} \frac{1}{\beta} \sum_{p_4} |\mathbf{p}|^3 \widetilde{G}(|\mathbf{p}|, p_4|_0^\infty = 0. \quad (13)$$

Таким образом, при учете кварковой петли (11) не происходит изменение магнитной массы глюона и последняя совпадает со своим выражением, найденным в бескварковой глюодинамике [4]

$$m^2_{mag} = \kappa^2 g^4 T^2 \ln(\Lambda / g^2 T), \quad (14)$$

где $\Lambda \sim T$ при $g^2 \ll 1$.

Полученный результат, $(\Delta m^2_{mag})^Q = 0$, имеет важное значение как для КХД$_4$, так и для КЭД, где этот факт всегда предполагался [1], но не был доказан. Качественные особенности в поведении эффективного взаимодействия между кварками как в области малых, так и больших переданных импульсов, формируется согласно доказанному равенству $(\Delta m^2_{mag})^Q = 0$, только за счет глюомагнитного взаимодействия, что в некоторых вопросах позволяет рассматривать кварки как самостоятельную подсистему ферми-частиц в неизменном потенциале. Найденная структура функции Грина кварка позволяет исследовать спектр элементарных возбуждений кварковой подсистемы, который, в противоположность теории поля, при $T, \mu \neq 0$ имеет нетривиальную структуру. В статистике, из-за нарушения лоренц-инвариантности, такой спектр имеет, как минимум, две ветви с качественно разными законами дисперсии. В однопетлевом приближении для высоких температур $T \gg \mu, m$ этот спектр уже исследован [2], но важно с помощью (3) найти его обобщение на более общий случай. Проведенный анализ спинорный структуры кварк-глюонной вершины будет полезен для развития непертурбативных вычислений, для которых необходимо установить точный вид кварк-глюонной вершины, выходящей за рамки формулы (9) и найти связь определяющих ее скалярных функций со структурными функциями одночастичной функции Грина кварка.

В заключение автор пользуется случаем поблагодарить И.А.Баталина, А.Е.Шабада и Е.С.Фрадкина за полезные обсуждения и замечания.

Литература

1. *Фрадкин Е.С.* ЖЭТФ, 1960, **38**, 157.
2. *Климов В.В.* ЯФ, 1981, **33**, 1734; ЖЭТФ, 1982, **82**, 336.
3. *Фрадкин Е.С.* ЖЭТФ, 1955, **29**, 258; *Fradkin E.S., Tyutin I.V.* Riyista Nuovo Cim., **4**, 1, 1974.
4. *Калашников О.К.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **41**, 122.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27 марта 1985 г.